

Störkörpermessung an Hohlraumresonatoren

Christopher Deutsch

Bachelorarbeit in Physik
angefertigt im Physikalischen Institut

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
Bonn

August 2015

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn,
Datum

.....
Unterschrift

1. Gutachter: Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Hillert
2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Desch

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	ELSA	1
1.2	Erhöhung des internen Strahlstroms an ELSA	1
1.3	Zielsetzung	1
2	Hohlraumresonatoren	3
2.1	Elektromagnetische Felder in Hohlraumresonatoren	3
2.2	Kenngrößen von Resonatoren am Modell des RLC-Parallelschwingkreises	4
2.3	Resonante Störkörpermessung	6
2.4	Charakteristische Größen von Resonatormoden	8
3	Aufbau und Methodik	11
3.1	Der PETRA-Resonator	11
3.2	Aufbau des Störkörpermessstandes	12
3.3	Messmethodik	15
3.3.1	Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz	15
3.3.2	Ablauf der Störkörpermessung	16
4	Störkörpermessungen	17
4.1	Vorbereitung der Störkörpermessung	17
4.1.1	Vorbereitung des Resonators	17
4.1.2	Bestimmung der Störkörperkonstante	18
4.1.3	Bestimmung von Resonanzfrequenz und Güte	18
4.2	Vermessung der TM_{010} -Resonatormoden	19
4.2.1	Auswertung der Messdaten	19
4.2.2	Vergleich und Interpretation der Ergebnisse	20
4.3	Vermessung von Moden höherer Ordnung	22
4.3.1	Auswertung der Messdaten	22
4.3.2	Interpretation der Ergebnisse	22
5	Zusammenfassung und Ausblick	25
A	Herleitungen und Abbildungen	27
A.1	Herleitung der Frequenzverschiebung bei der Störung eines Hohlraumresonators durch einen Störkörper	27
A.2	Phasenbeziehung der TM_{010} -Moden	29
B	Ergebnisse der Störkörpermessungen	31
B.1	Elektrische Feldverteilung der TM_{010} -Resonatormoden	31
B.1.1	PETRA-III	31

B.1.2	PETRA-IV	34
B.2	Elektrische Feldverteilung von Resonatormoden höherer Ordnung	37
Literatur		43
Abbildungsverzeichnis		45
Tabellenverzeichnis		47

1.1 ELSA

Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA am Physikalischen Institut der Universität Bonn ist eine dreistufige Beschleunigeranlage für Elektronen. Zur Beschleunigung der Elektronen und Kompensation des Energieverlustes aufgrund von Synchrotronstrahlung werden hochfrequente elektrische Wechselfelder genutzt, weshalb ein Betrieb mit einem in Teilchenpakete aufgeteilten Elektronenstrahl (engl. *bunched beam*) erfolgen muss. In der ersten Stufe der Anlage werden die Elektronen durch den Linearbeschleuniger LINAC2 auf eine Energie von 26 MeV beschleunigt, wobei wahlweise unpolarisierte oder spinpolarisierte Elektronen genutzt werden können. Anschließend wird der Elektronenstrahl in ein Booster-Synchrotron injiziert, welches die Elektronenpakete auf Energien von bis zu 1,2 GeV beschleunigt. In der letzten Stufe folgt die Injektion in den Stretcherring, in dem die Beschleunigung auf finale Energien von bis zu 3,2 GeV und internen Strahlströmen von typischerweise 20 mA vollzogen wird. Schließlich können die (spinpolarisierten) Elektronen einem von zwei Hadronenphysikexperimenten bereitgestellt werden.

1.2 Erhöhung des internen Strahlstroms an ELSA

Um den Hadronenphysikexperimenten höhere Strahlintensitäten bereitstellen zu können, ist eine Erhöhung des internen Strahlstroms auf 200 mA bei der maximalen Energie von 3,2 GeV geplant. Derzeitig wird der maximale Strahlstrom durch die begrenzte Hochfrequenzleistung des Stretcherrings limitiert [1], welche durch ein Klystron¹ und zwei fünfzellige Hohlraumresonatoren vom Typ PETRA erbracht wird. Eine Erweiterung des Hochfrequenzsystems um ein weiteres Klystron und zwei zusätzliche siebenzellige PETRA-Hohlraumresonatoren (detaillierte Beschreibung des Resonators folgt in Abschnitt 3.1), soll schließlich eine Erhöhung des internen Strahlstroms auf 200 mA ermöglichen.

1.3 Zielsetzung

Im Rahmen dieser Erweiterung und der vorliegenden Arbeit sollen die elektrischen Felder in den siebenzelligen PETRA-Resonatoren charakterisiert werden. Dazu kann die Methode der resonanten Störkörpermessung, welche in Abschnitt 2.3 eingeführt wird, genutzt werden. Ziel dieser Arbeit ist die Bestimmung des elektrischen Feldes verschiedener Moden der Resonatoren und die nachfolgende Bestimmung ihrer Shuntimpedanzen². Insbesondere wird dabei die Fundamentalmode³, die der Beschleunigung der ultrarelativistischen Elektronen im Stretcherring dient, untersucht.

¹ Verstärker für Hochfrequenzsignale

² Maß für die Beschleunigungseffizienz geladener Teilchen einer Resonatormode

³ Resonatormode mit der niedrigsten Resonanzfrequenz

Darüber hinaus werden noch einige Moden höherer Ordnung⁴ betrachtet, welche durch die im Beschleuniger umlaufenden Elektronenpakete angeregt werden können. Die Rückwirkung solcher Moden auf die Bunche kann zur Ausbildung von sog. Multi-Bunch-Instabilitäten führen, welche sich durch eine Anregung kohärenter Schwingungen des Strahls auszeichnen. Dies resultiert in einem Anstieg der Strahlschwingungsamplitude und kann zu Strahlverlust führen, weshalb aktive oder passive Methoden zur Dämpfung der Strahlschwingungen benutzt werden. Insbesondere liegt der Schwerpunkt auf den TM_{021} -Moden, die gemäß Simulationen in [1] Shuntimpedanzen der Größenordnung der Fundamentalmode aufweisen und somit eine signifikante Quelle für die Anregung von Multi-Bunch-Instabilitäten sein können.

⁴ Resonatormoden, deren Resonanzfrequenzen oberhalb der Fundamentalmode liegen

Hohlraumresonatoren

2.1 Elektromagnetische Felder in Hohlraumresonatoren

Ein Hohlraumresonator besteht aus einem (i. d. R. evakuierten) Hohlraum, welcher durch ein leitendes Material begrenzt wird. Im Hohlraum propagierende elektromagnetische Wellen werden an den leitenden Wänden reflektiert und führen zur Ausbildung von stehenden elektromagnetischen Wellen im Resonatorinnenraum, welche unter anderem zur Beschleunigung von elektrisch geladenen Teilchen genutzt werden können. Aufgrund der Randbedingungen an der näherungsweise ideal leitenden Grenzfläche müssen die folgenden Anforderungen an das elektromagnetische Feld gestellt werden:

$$E_{\parallel} = 0 \quad \text{und} \quad B_{\perp} = 0, \quad (2.1)$$

wobei E_{\parallel} die Tangentialkomponente und B_{\perp} die Normalkomponente des elektrischen bzw. magnetischen Feldes auf der Grenzfläche kennzeichnet. Die Lösung der MAXWELL-Gleichungen unter Beachtung dieser Randbedingungen zeigt, dass eine unbegrenzte Anzahl von Schwingungsmoden der stehenden Welle im Resonator auftreten können. Jede dieser Moden besitzt eine charakteristische Eigenfrequenz, die von der Hohlraumgeometrie abhängig ist. Die Klassifizierung der einzelnen Moden erfolgt anhand ihrer Feldkonfiguration relativ zur Propagationsrichtung der hin- und rücklaufenden Wellen im Resonator. Dabei unterscheidet man zwischen transversal-elektrischen (TE)-Moden, welche lediglich transversale und keine longitudinalen elektrischen Felder aufweisen, und transversal-magnetischen (TM)-Moden, bei denen der analoge Fall für die magnetischen Felder vorliegt.

Viele der in Beschleunigern verwendeten Kavitäten¹ basieren auf kreiszylindrischen Resonatoren². Diese erlauben eine analytische Lösung der MAXWELL-Gleichungen. Daher soll im Folgenden die Feldkonfiguration der verschiedenen Moden in einem solchen Resonator dargestellt werden und die in dieser Arbeit verwendete Notation eingeführt werden. Dabei genügt die Betrachtung der longitudinalen Felder eines zylindrischen Hohlraums mit Radius R und Länge L in Zylinderkoordinaten ($r \in [0, R]$, $\theta \in [0, 2\pi)$, $z \in [0, L]$), da durch diese die transversalen Feldkomponenten eindeutig festgelegt sind [2]. Man findet für die Moden des kreiszylindrischen Resonators [3]:

$$\text{TM}_{mnp}\text{-Mode:} \quad E_z = E_0 J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta) \cos\left(\frac{p\pi z}{L}\right) \exp(i\omega_{mnp}t), \quad B_z = 0 \quad (2.2a)$$

$$\text{TE}_{mnp}\text{-Mode:} \quad B_z = B_0 J_m(k'_{mn}r) \cos(m\theta) \sin\left(\frac{p\pi z}{L}\right) \exp(i\omega'_{mnp}t), \quad E_z = 0. \quad (2.2b)$$

¹ Hohlraumresonator oftmals engl. *Cavity*

² engl. *Pillbox-Cavities*, für deren Ähnlichkeit mit einer Tablettenschachtel

Die Konstante $k_{mn}^{(\iota)}$ ist hierbei als

$$k_{mn}^{(\iota)} := \frac{x_{mn}^{(\iota)}}{R} \quad (2.3)$$

mit der n -ten positiven Nullstelle x_{mn} der Besselfunktion m -ter Ordnung $J_m(x)$ respektive ihrer Ableitung $J'_m(x)$ definiert. Aus den Gleichungen (2.2) folgt dann die Bedeutung der Indizes m, n und p : Der Index m ($m = 0, 1, \dots$) beschreibt die Periodenzahl der Feldkomponente in azimuthaler Richtung. Weiterhin wird durch n ($n = 1, 2, \dots$) die Anzahl der Knoten der longitudinalen Feldkomponente in radialer Richtung (ausgenommen Knoten im Ursprung mit $r = 0$) angegeben. Schließlich gibt der Index p (TM-Mode: $p = 0, 1, \dots$; TE-Mode: $p = 1, 2, \dots$) die Anzahl der halben Perioden in longitudinaler Richtung an. Die Resonanzfrequenz ω_{mnp} der einzelnen Moden ist dabei gegeben durch [3]:

$$\omega_{mnp}^{(\iota)} = c \cdot \sqrt{\left(k_{mn}^{(\iota)}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}. \quad (2.4)$$

Die Gleichungen (2.2) und (2.4) gelten für den Idealfall geschlossener zylindrischer Resonatoren und beinhalten daher keine Eintritts-/Austrittsfenster für geladene Teilchen. In der Praxis werden komplexere Resonatorgeometrien verwendet, für die eine analytische Berechnung der Eigenmoden im Allgemeinen nicht mehr möglich ist und auf numerische Methoden zurückgegriffen werden muss. Dazu wird in dieser Arbeit *CST Microwave Studio*[®] verwendet, welches die Lösung der MAXWELL-Gleichungen diskretisiert und auf ein Eigenwertproblem zurückführt.

2.2 Kenngrößen von Resonatoren am Modell des RLC-Parallelschwingkreises

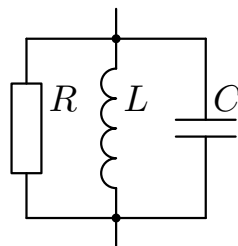


Abbildung 2.1: Ein Parallelschwingkreis bestehend aus dem OHMschen Widerstand R , der Induktivität L und der Kapazität C als Modell für die elektrischen Eigenschaften eines Hohlraumresonators in der Nähe einer Resonanz.

Die elektrischen Eigenschaften von Hohlraumresonatoren können in einem beschränkten Frequenzbereich um eine Resonanz durch das Modell des Parallelschwingkreises (siehe Abb. 2.1) erklärt werden [3–5]. Zu dessen vollständiger Beschreibung ist die Angabe der drei Kenngrößen OHMscher Widerstand R , Induktivität L und Kapazität C ausreichend. Für die Behandlung von Hohlraumresonatoren ist es zweckmäßig, andere Parameter zur Beschreibung zu wählen. Daher verwendet man stattdessen die Eigenfrequenz ω_0 , die Kreisgüte Q_0 und den Widerstand R zur Charakterisierung des Schwingkreises. Die Eigenfrequenz des Kreises folgt aus der THOMSONSchen

Schwingungsgleichung

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.5)$$

und die Kreisgüte aus ihrer Definition

$$Q_0 := 2\pi \cdot \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W_0}{P_V} = \omega_0 RC \quad (2.6)$$

[5] mit der im Kreis gespeicherten Energie W_0 und der Verlustleistung P_V aufgrund des OHMSchen Widerstandes R . Nach der Einführung dieser Kenngrößen kann die Impedanz $Z(\omega)$ des Kreises beziehungsweise des Hohlraumresonators ausgedrückt werden als

$$Z(\omega) = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + i\omega C \right)^{-1} = \frac{R}{1 + iQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}. \quad (2.7)$$

Bisher war die Betrachtung auf ungetriebene Resonatoren beschränkt und soll nun auf die Anregung durch ein externes Hochfrequenzsignal erweitert werden. Zur Übertragung dessen Leistung über einen angeschlossenen Wellenleiter mit charakteristischer Impedanz Z_0 an eine Schwingungsmode der Kavität, können verschiedene Methoden verwendet werden. Eine ist die induktive Kopplung an das Magnetfeld der Mode, bei der der Wellenleiter mit einer Leiterschleife (die sog. Koppelschleife) im Resonator verbunden ist. Dadurch wird in der Leiterschleife ein hochfrequenter Wechselstrom angeregt, welcher ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt. Dieses kann an das Magnetfeld verschiedener Moden der Kavität koppeln und diese anregen.

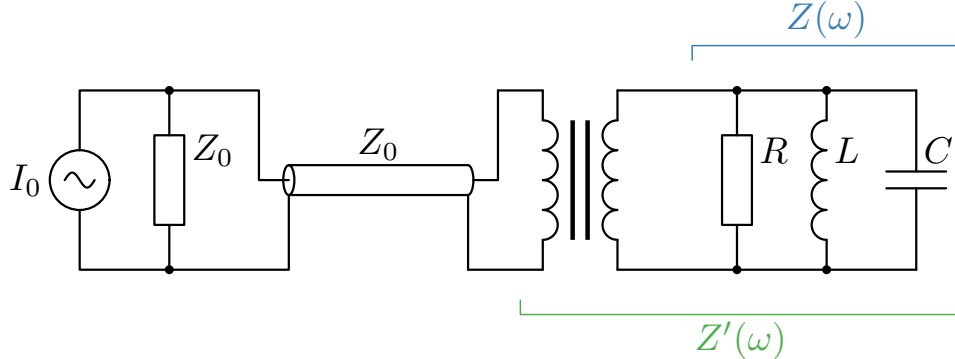


Abbildung 2.2: Modell der induktiven Kopplung eines Hochfrequenzsignals I_0 über die Koppelschleife an den Resonator [3]. Die angepasste Signalquelle ist mit einem Wellenleiter charakteristischer Impedanz Z_0 mit der Koppelschleife (idealer Transformator) verbunden. Die Impedanz des Resonators $Z(\omega)$ im Sekundärkreis wird durch die induktive Kopplung zur Impedanz $Z'(\omega)$ im Primärkreis transformiert.

Im Modell des Parallelschwingkreises (vgl. Abb. 2.2) bedeutet dies, dass die Impedanz $Z(\omega)$ der Kavität durch die induktive Kopplung transformiert wird. Direkt hinter der Koppelschleife habe der Resonator die transformierte Impedanz $Z'(\omega)$. Man definiert als Maß für die Kopplung den sog. Koppelfaktor

$$\kappa := \frac{Z'(\omega_0)}{Z_0} \quad (2.8)$$

mit dem Wellenwiderstand Z_0 des Wellenleiters und unterscheidet zwischen unterkritischer ($\kappa < 1$),

kritischer ($\kappa = 1$) und überkritischer Kopplung ($\kappa > 1$). Im Falle von resonanter Anregung bei kritischer Kopplung folgert man aus Gleichung (2.8), dass der Wellenleiter mit seiner charakteristischen Impedanz abgeschlossen ist und somit keine Reflexionen an der Koppelschleife entstehen. Mit der Definition des Koppelfaktors κ , der Proportionalität $Z'(\omega) \propto Z(\omega)$ für ideale Transformatoren und der Impedanz des Resonators im Resonanzfall $Z(\omega_0) = R$ folgt die Frequenzabhängigkeit der Impedanz $Z'(\omega)$ des Systems bestehend aus Koppelschleife und Resonator [2]:

$$Z'(\omega) = \frac{Z'(\omega_0)}{Z(\omega_0)} \cdot Z(\omega) = \kappa \frac{Z_0}{R} Z(\omega). \quad (2.9)$$

Von besonderem Interesse ist der komplexe Reflexionskoeffizient zwischen Wellenleiter und Koppelschleife. Er beschreibt das Verhältnis der komplexen Spannungsamplituden von hin- und rücklaufender Welle in einem Wellenleiter. Aus der Leitungstheorie [5] folgt für den Reflexionskoeffizienten ρ am Übergang von einem Wellenleiter mit Wellenwiderstand Z_0 auf eine Abschlussimpedanz Z' :

$$\rho = \frac{Z' - Z_0}{Z' + Z_0}. \quad (2.10)$$

Es folgt nach Einsetzen von Gl. (2.9) in Gl. (2.10) der Ausdruck für den Reflexionskoeffizienten:

$$\rho(\omega) = \frac{\frac{\kappa}{R} \cdot Z(\omega) - 1}{\frac{\kappa}{R} \cdot Z(\omega) + 1} \stackrel{(2.7)}{=} \frac{(\kappa - 1) + iQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}{(\kappa + 1) + iQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (2.11)$$

Betrachtet man außerdem den Absolutbetrag des Reflexionskoeffizienten

$$|\rho(\omega)| = \sqrt{\frac{(\kappa - 1)^2 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}{(\kappa + 1)^2 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad (2.12)$$

so ergeben sich charakteristische Resonanzkurven, wie in Abbildung 2.3 für verschiedene Güten und Koppelfaktoren dargestellt. Diese Gleichungen ermöglichen den experimentellen Zugang zur Bestimmung von Koppelfaktor κ , Güte Q_0 und Resonanzfrequenz ω_0 von Hohlraumresonatoren.

2.3 Resonante Störkörpermessung

Die resonante Störkörpermessung dient der Bestimmung der ortsabhängigen elektrischen und magnetischen Feldamplituden in Hohlraumresonatoren. Sie basiert auf der Störung des elektromagnetischen Feldes im Resonatorinnenraum durch einen dielektrischen oder magnetischen Körper (dem sog. Störkörper), welcher durch das Feld polarisiert beziehungsweise magnetisiert wird. Eine solche lokalisierte Störung verursacht eine Verschiebung der Resonanzfrequenz $\Delta\omega$ in Abhängigkeit des elektrischen und magnetischen Feldes am Ort des Störkörpers. Quantitativ kann die Verschiebung beschrieben werden durch (für eine Herleitung siehe Anhang A.1):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = - \frac{\int_V dV \left[\vec{E}_0^* \cdot \vec{P} + \vec{B}_0^* \cdot \vec{M} \right]}{4W_0} \quad (2.13)$$

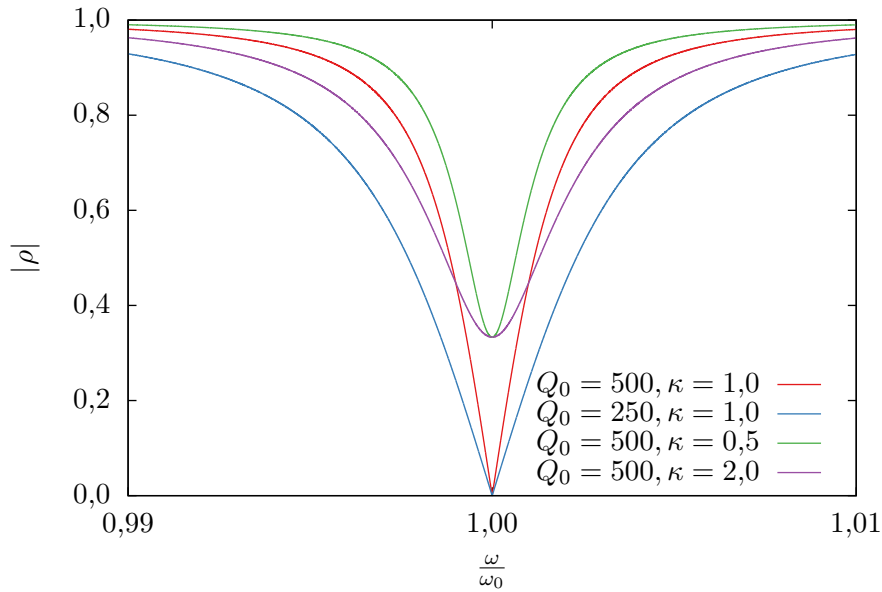


Abbildung 2.3: Verhalten des Reflexionskoeffizienten $|\rho|$ in Abhängigkeit der auf die Resonanzfrequenz normierten Frequenz $\frac{\omega}{\omega_0}$ für Resonanzen verschiedener Güten Q_0 und Koppelfaktoren κ .

wobei V das Resonatorvolumen, \vec{P} die Polarisation, \vec{M} die Magnetisierung, W_0 die im elektromagnetischen Feld gespeicherte Energie und \vec{E}_0^*, \vec{B}_0^* die komplex konjugierten Felder des ungestörten Resonators sind.

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine dielektrische Kugel mit relativer elektrischer Permittivität ε_r verwendet. Darüber hinaus sei die relative magnetische Permeabilität des Störkörpers $\mu_r = 1$, sodass die Magnetisierung im externen Feld vernachlässigt werden kann. Weiterhin wird angenommen, dass das Volumen des kugelförmigen Störkörpers wesentlich kleiner ist als das Resonatorvolumen, sodass am Ort des Störkörpers das elektrische Feld als homogen angesehen werden kann. Dadurch kann die Polarisation \vec{P} der dielektrischen Kugel im homogenen elektrischen Feld \vec{E}_0 ausgedrückt werden als [6]:

$$\vec{P} = 3 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \varepsilon_0 \vec{E}_0 \quad (2.14)$$

mit der elektrischen Feldkonstante ε_0 . Durch die Annahme der Homogenität der Felder am Ort des Störkörpers und verschwindender Polarisation und Magnetisierung außerhalb des Störkörpervolumens V_s , kann von der Integration über das Resonatorvolumen V in Gleichung (2.13) zur Integration über das Störkörpervolumen übergangen werden. Nach Einsetzen der Polarisation der dielektrischen Kugel in Gleichung (2.13) folgt für die Amplitude des elektrischen Feldes am Ort des Störkörpers $|\vec{E}_0(x_s, y_s, z_s)|$:

$$|\vec{E}_0(x_s, y_s, z_s)| = \sqrt{-4 \cdot \frac{W_0}{\alpha_s} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \quad \text{mit} \quad \Delta\omega \leq 0 \quad (2.15)$$

(folglich durch $|\vec{E}_0|$ abgekürzt) und der Störkörperkonstanten α_s für sphärische Störkörper:

$$\alpha_s := 3 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \varepsilon_0 V_s. \quad (2.16)$$

Um die Amplitude des elektrischen Feldes unabhängig von der im Resonator gespeicherten Energie W_0 angeben zu können, verwendet man die Definition der Güte Q_0 in Gleichung (2.6) und normiert das elektrische Feld auf die Wurzel der Verlustleistung P_V des Resonators:

$$\frac{|\vec{E}_0|}{\sqrt{P_V}} = \sqrt{-4 \cdot \frac{Q_0}{\alpha_s} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2}} \quad (2.17)$$

Diese Größe ist unabhängig von der in den Resonator eingekoppelten Leistung und dient als Basis für die folgenden Berechnungen.

2.4 Charakteristische Größen von Resonatormoden

Eine wichtige Kenngrößen von Moden in Beschleunigungsresonatoren ist die Beschleunigungsspannung U , die ein Teilchen erfährt, das einen Resonator der Länge L instantan durchquert:

$$U = \int_0^L |\vec{E}_0(z)| dz. \quad (2.18)$$

Um den effektiven Energiegewinn eines Teilchens zu erhalten, muss die endliche Geschwindigkeit des Teilchens und die harmonische Zeitabhängigkeit des Feldes beachtet werden. Dazu definiert man den Laufzeitfaktor Λ für ultrarelativistische Teilchen ($v = c$):

$$\Lambda = \left| \frac{\int_0^L |\vec{E}_0(z)| \cdot \sin\left(\frac{\omega_0}{c}z + \varphi_0\right) dz}{\int_0^L |\vec{E}_0(z)| dz} \right|, \quad (2.19)$$

wobei die Phase φ_0 so zu wählen ist, dass der Laufzeitfaktor maximiert wird. Dadurch erhält man die effektive Beschleunigungsspannung U_{eff} :

$$U_{\text{eff}} = \Lambda \cdot U \quad (2.20)$$

und damit die Änderung der Energie eines ultrarelativistischen Teilchens der Ladung q beim Passieren des Resonators $\Delta E = q \cdot U_{\text{eff}}$. Darüber hinaus definiert man als Maß für die Effizienz der Beschleunigung die sog. Shuntimpedanz R_S :

$$R_S = \frac{U^2}{2P_V} \quad (2.21)$$

mit der in den Resonatorwänden dissipierten Leistung P_V und analog die effektive Shuntimpedanz R_S^{eff} :

$$R_S^{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{2P_V} = \Lambda^2 \cdot R_S. \quad (2.22)$$

In Abhängigkeit der im Resonator angeregten Moden unterscheidet man zwischen longitudinaler und transversaler Beschleunigungsspannung/Shuntimpedanz. Eine Mode mit ausschließlich longitudinalen elektrischen Feldern auf der Strahlachse, wie beispielsweise die TM_{010} -Moden, führt zu einer Beschleunigung geladener Teilchen in longitudinaler Richtung, weshalb von longitudinalen Beschleunigungsspannungen und Shuntimpedanzen gesprochen wird. Im umgekehrten Fall von transversalen elektrischen Feldern (TE-Moden sowie manche TM-Moden) spricht man von transversalen Beschleunigungsspannungen/Shuntimpedanzen.

Schließlich folgt der sog. Geometriefaktor R_S^{eff}/Q_0 , der unabhängig von den OHMschen Verlusten in der leitenden Oberfläche des Hohlraums ist und lediglich von der Geometrie des Resonators abhängt [3].

Aufbau und Methodik

3.1 Der PETRA-Resonator

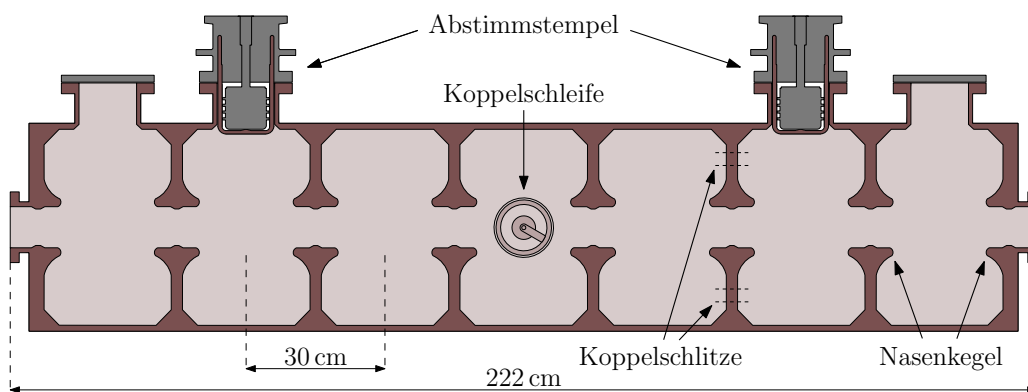


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Querschnitts eines siebenzelligen PETRA-Resonators mit Koppelschleife und zwei Abstimmstempeln. Der Abstand zweier benachbarten Zellen beträgt 30 cm und die Gesamtlänge des Resonators von Flansch zu Flansch 222 cm.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das elektrische Feld von zwei siebenzelligen Beschleunigungsresonatoren vom Typ PETRA [7] vermessen, welche in Kooperation zwischen DESY und Balzers Hochvakuum GmbH hergestellt wurden. Der Resonator ist ausgelegt auf die Beschleunigung von ultrarelativistischen Elektronen und Positronen durch die TM_{010} - π -Mode bei einer Frequenz von 499,67 MHz. Der Querschnitt der Kavität ist in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt. Die Zellen werden durch leitende Kupferwände voneinander getrennt, die eine Verbreiterung an der Strahlachse des Resonators aufweisen. Diese sogenannten *Nasenkegel* (engl. *nose cones*) erzeugen eine Erhöhung der elektrischen Feldstärke auf der Strahlachse bei gleichzeitiger Verkürzung der Beschleunigungsstrecke und führen zu einem Anstieg des Laufzeitfaktors (2.19) gegenüber einer Kavität ohne *Nasenkegel* [3].

Jede der sieben Zellen des PETRA-Resonators stellt einen Hohlraumresonator dar, der durch vier symmetrisch angeordnete Koppelschlitze in der trennenden Kupferwand an die jeweiligen Nachbarzellen gekoppelt ist. Dies führt zur Aufspaltung jeder Mode der Einzelzelle in N Moden der Resonator-kette, wobei N die Anzahl der gekoppelten Zellen ist.¹ Die N Moden der Resonator-kette unterscheiden sich neben ihrer Resonanzfrequenz ω_0 auch in unterschiedlichen Phasen des Feldes in den einzelnen Zellen. Um diese Phasenbeziehung zu verstehen, betrachtet man einen N -zelligen Hohlraumresonator, bei dem eine Zelle durch ein externes Hochfrequenzsignal getrieben wird. Durch die Kopplung benachbarter Zellen, werden in diesen ebenfalls Moden angeregt, wobei eine

¹ Dies ist analog zu gekoppelten mechanischen Pendeln, welche ebenfalls N verschiedene Schwingungsmoden aufweisen.

Phasendifferenz des Feldes zwischen zwei benachbarten Zellen $\Delta\varphi$ auftritt. Dieser Phasenvorschub ist charakteristisch für die jeweilige Mode der Resonatorkette und kann die Werte

$$\Delta\varphi = q \cdot \frac{\pi}{N-1} \quad \text{mit} \quad q = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.1)$$

annehmen [3]. Die Benennung orientiert sich an den Werten von $\Delta\varphi$ (z. B. π -Mode für $\Delta\varphi = \pi$), sodass für den siebenzelligen PETRA-Resonator folgende Moden existieren:

$$\Delta\varphi = 0, \frac{1}{6}\pi, \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \pi. \quad (3.2)$$

Um die resultierende Phasenbeziehung zwischen den Zellen des Resonators zu erhalten, muss die Superposition von hin- und rücklaufender Welle auf der Resonatorkette beachtet werden. Diese Überlagerung führt dazu, dass zwischen dem Feld zweier benachbarter Zellen nur Phasendifferenzen von 0 und π möglich sind oder die Felder in einzelnen Zellen durch destruktive Interferenz ausgelöscht werden. Für den siebenzelligen PETRA-Resonator wurde diese Phasenbeziehung für alle möglichen Moden in Abbildung A.2 aufgetragen.

Zum Anregen von Resonatormoden dient eine Koppelschleife [8] in der mittleren Zelle der Kavität. Dabei ist die Geometrie der Schleife angepasst, um eine kritische Kopplung ($\kappa = 1$) an die TM_{010} -Beschleunigungsmode ($\Delta\varphi = \pi$) zu ermöglichen. Eine kritische Kopplung ist wünschenswert, da in diesem Fall die gesamte Leistung des treibenden Hochfrequenzsignals in den Resonator übertragen wird. Eine Anpassung des Koppelfaktors kann durch Drehen der Schleife erreicht werden, da dies die effektive Fläche der Leiterschleife senkrecht zum Magnetfeld der betrachteten Resonatormode verändert. In den Zellen 2 und 6 sind Abstimmstempel [9] angebracht, die durch Schrittmotoren in bzw. aus der Kavität gefahren werden können. Das Verstellen der Stempel führt zu einer Änderung der Geometrie des Resonators und folglich zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz. Dies kann zum Stimmen der Resonanzfrequenz einer Mode in einem beschränkten Frequenzbereich genutzt werden. Darüber hinaus haben die Stempel einen Einfluss auf die Feldverteilung im Resonator und können daher zur Symmetrisierung der Felder genutzt werden. Die zwei weiteren Vakuumflansche in den Randzellen dienen dem Anschluss von Vakuumpumpen.

Die beiden in dieser Arbeit vermessenen Resonatoren seien im Folgenden (neben den fünfzelligen Beschleunigungsresonatoren PETRA-I und PETRA-II des ELSA Streherrings) mit PETRA-III und PETRA-IV bezeichnet.

3.2 Aufbau des Störkörpermessstandes

Zur Bestimmung des elektrischen Feldes auf der Strahlachse des Resonators wird die in Abschnitt 2.3 eingeführte resonante Störkörpermessung genutzt. Dazu wird ein kugelförmiger Störkörper verwendet, welcher durch eine zentrische Bohrung auf einem Kunststoffaden befestigt werden kann. Der Störkörper besteht aus Polytetrafluorethylen (PTFE), welches eine verschwindende magnetische Suszeptibilität aufweist [10] und damit eine relative Permeabilität von $\mu_r \approx 1$ hat, was eine direkte Bestimmung des elektrischen Feldes durch Gleichung (2.17) erlaubt. Außerdem zeigt PTFE keine signifikante Frequenzabhängigkeit der relativen Permittivität ϵ_r auf dem in dieser Arbeit betrachteten Frequenzbereich [11]. Die Größe des Störkörpers entscheidet unter anderem, welches Ortsauflösungsvermögen bei der Feldvermessung erreicht werden kann. Dies ist darauf zurückzuführen, dass räumliche Strukturen des elektrischen Feldes, die eine wesentlich kleinere Ausdehnung als der Durchmesser des Störkörpers aufweisen, nicht aufgelöst werden können. Darüber hinaus legt das Volumen des Störkörpers die Größe der Frequenzverschiebung bei

der Störkörpermessung fest. Bei der Dimensionierung des Störkörpers muss daher zwischen größerer Frequenzverschiebung (größerer Störkörper) und größerem Ortsauflösungsvermögen (kleinerer Störkörper) abgewogen werden.

Um den Störkörper auf der Strahlachse durch den Resonator bewegen zu können, wurde der Störkörpermessstand aus Abbildung 3.2 aufgebaut. Über ein Gestell aus einem Aluminiumprofilsystem und einem System von Umlenkrollen, welche fest mit dem siebenzelligen PETRA-Resonator verbunden sind, kann ein Kunststofffaden, an dem der Störkörper befestigt ist, durch den Resonator gespannt werden. Dieser Faden wird dann beidseitig fest mit einer Spindel verbunden, die wiederum auf der Welle eines Schrittmotors befestigt ist. Die Rückführung des Fadens auf die Spindel führt dazu, dass unabhängig von der Spannung des Fadens das Drehmoment auf der Welle des Schrittmotors kompensiert wird. Dadurch kann der Faden so stark gespannt werden, dass das Durchhängen des Störkörpers am Faden vernachlässigt werden kann, ohne dabei einen Schrittverlust durch ein überlastendes Drehmoment am Motor zu riskieren. Darüber hinaus verhindert die feste Verbindung des Fadens mit der Spindel ein longitudinales Verrutschen des Fadens in seiner Führung, was insbesondere für eine präzise Ortsbestimmung des Störkörpers wichtig ist. Zusätzlich wurde an den Vakuumflanschen des Resonators Kreuzblenden installiert, um einerseits ein Eindringen von Staub zu vermindern und andererseits eine Zentrierung des Störkörpers auf der Strahlachse zu ermöglichen.

Durch das Auf- beziehungsweise Abrollen des Fadens auf der Spindel, kann der Störkörper entlang der Strahlachse verschoben werden. Die Drehung der Spindel erfolgt dabei durch den 2-Phasen Schrittmotor *MDrive[®] 23 Plus Motion Control* des Herstellers Schneider Electric [12]. Der Motor besitzt eine integrierte Steuereinheit, welche die direkte Ansteuerung über eine serielle Schnittstelle ermöglicht. Ein voller Schritt des Motors entspricht einem Drehwinkel der Welle von $1,8^\circ$. Durch eine spezielle Ansteuerungstechnik, welche in der Steuereinheit implementiert wurde, wird ein Schritt zusätzlich in 256 sogenannte *Microsteps* eingeteilt. Die Ortsinformation des Störkörpers entlang der Strahlachse kann dann aus der Anzahl der erfolgten Microsteps gewonnen werden. Aus der Geometrie der Spindel folgt für die zugehörige Proportionalitätskonstante ca. $0,006 \text{ mm}/\mu\text{step}$. Die Stellgenauigkeit von Schrittmotoren liegt typischerweise bei 5 % eines vollen Schrittes [13], was einem Winkelfehler von $0,09^\circ$ oder einem Fehler in der Störkörperposition von weniger als 0,1 mm entspricht. Der limitierende Faktor für die Genauigkeit der Störkörperposition liegt demnach nicht in der Stellgenauigkeit des Motors, sondern in der ungleichen mechanischen Verspannung des Kunststofffadens aufgrund von Reibung in den Lagern der Umlenkrollen. Mit dem verwendeten Messaufbau können so Fehler der Positionsbestimmung von unter 0,5 mm erreicht werden, was eine ausreichende Genauigkeit für die Vermessung der Resonatoren darstellt.

Zur Bestimmung der Resonanzfrequenz und Güte einer Resonatormode dient der vektorielle Netzwerkanalysator *ZVC 1127.8600.62* von Rohde & Schwarz. Dieser wird über ein 50 Ω -Koaxialkabel (RG 214/U) mit der Koppelschleife verbunden, wobei die Verbindung durch einen Spezialadapter vom Typ-N-Stecker des Kabels auf die $6\frac{1}{8}$ -Zoll-50 Ω -Koaxialverbindung der Koppelschleife erfolgt. Im Allgemeinen dienen Netzwerkanalysatoren der Messung von Reflexion und Transmission eines Signals variabler Frequenz an elektrischen Netzwerken. Für die resonante Störkörpermessung, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt wird, ist vor allem die Messung des Reflexionsfaktors ρ interessant, weshalb sich die folgende Beschreibung auf die Reflexionsmessung konzentriert. Der Signalgenerator im vektoriiellen Netzwerkanalysator (VNA) erzeugt ein sinusförmiges Signal mit variabler Frequenz und konstanter Leistung (6 dBm), welches über einen Richtkoppler auf die angeschlossene Messleitung übertragen werden kann. Trifft das Signal auf die Koppelschleife, so wird es dort teilweise reflektiert und erreicht über die Messleitung erneut den Netzwerkanalysator. Durch den Richtkoppler wird nun das reflektierte vom auslaufenden Signal getrennt, was eine Bestimmung des komplexen Reflexionsfaktors ρ durch einen Vergleich von

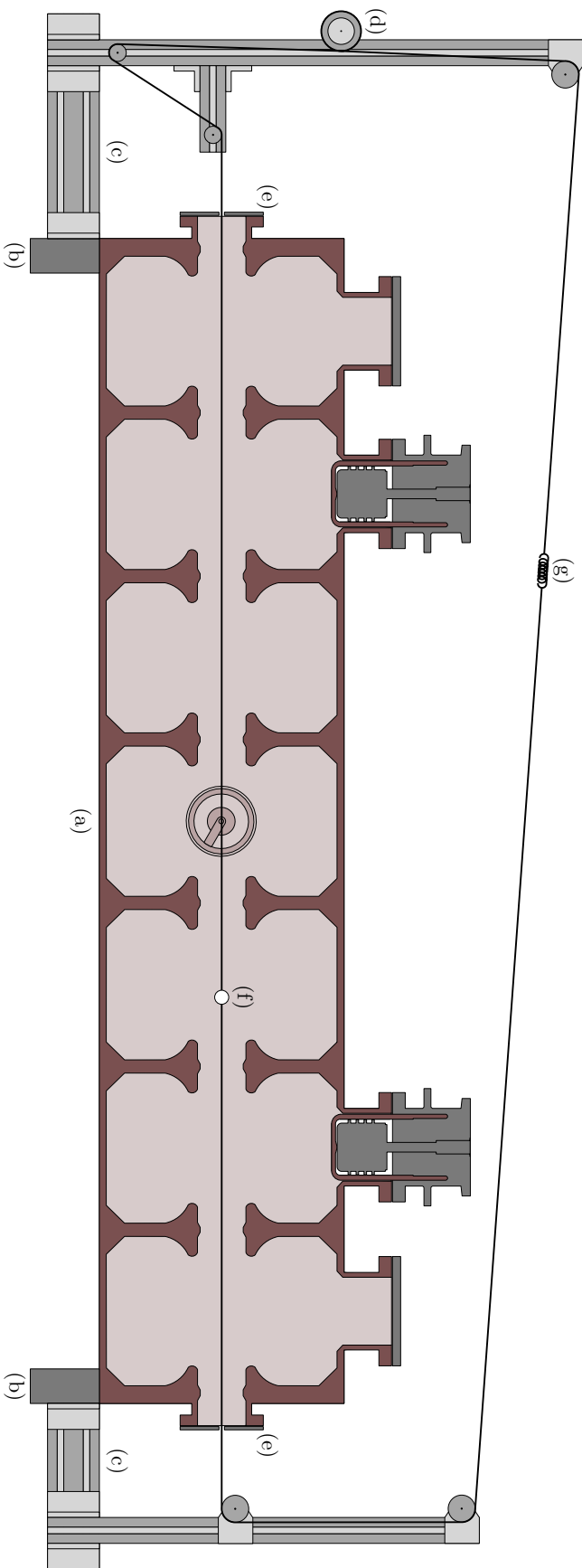


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des Störkörpersesstandes für einen siebenzelligen PETRA-Resonator mit Abstimmstempel und Einkoppelschleife (a), Montageträger (b), Gestell aus einem Aluminiumprofilsystem (c), Spindel mit Schrittmotor (d), Kreuzblenden (e), Polytetrafluorethylen-Störkörper (f) und Zugfeder (g).

Phase und Leistung beider Signale erlaubt. Um ein von der Dämpfung und Laufzeit im Koaxialkabel unabhängiges Ergebnis zu erhalten, kann eine Kalibration durchgeführt werden, indem das Ende der Messleitung nacheinander durch einen offenen, kurzgeschlossenen und angepassten $50\ \Omega$ -Abschluss terminiert wird. Dies erlaubt die automatisierte Berechnung eines Korrekturfaktors für den Reflexionskoeffizienten durch die Software des VNA. Durch eine Variation der Signalfrequenz ν in einem sog. *Sweep* kann das Reflexionsspektrum $\rho(\nu)$ in einem begrenzten Frequenzbereich gemessen werden. Der verwendete VNA ermöglicht die Messung des Reflexionsspektrums durch bis zu 2001 gleichverteilte Messpunkte auf dem vorgegebenen Frequenzintervall. Außerdem ist es möglich, einen laufenden Mittelwert des Spektrums über eine beliebige Anzahl von Sweeps zu bilden und auf den gemessenen Spektren typische mathematische Operationen, wie beispielsweise die Suche des Minimums der Reflexion $|\rho|$, durchzuführen. Die Ein- und Ausgabe kann auch hier über eine serielle Schnittstelle erfolgen.

Zur Realisierung einer automatisierten Störkörpermessung und der Koordination von Schrittmotor und Netzwerkanalysator dient der Mikrocomputer *Raspberry Pi*, der mit den Komponenten des Messaufbaus über serielle Schnittstellen kommunizieren kann. In der Programmiersprache *Python* wurde dazu die serielle Kommunikation mit Motor und VNA sowie die Steuerung des Messablaufs implementiert. Der genaue Ablauf einer Störkörpermessung wird im nächsten Abschnitt erläutert.

3.3 Messmethodik

3.3.1 Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz

Für die resonante Störkörpermessung gilt es die Verschiebung der Resonanzfrequenz $\Delta\nu$ durch den Störkörper an verschiedenen Positionen im Resonator zu messen. Dabei muss man beachten, dass es neben der Frequenzverschiebung durch den Störkörper auch zu einer Verstimmung aufgrund von Temperaturänderungen des Resonators kommt. Eine Erwärmung führt beispielsweise zu einer thermischen Ausdehnung des Resonators und folglich zu einer Vergrößerung des Hohlraumvolumens. Diese Geometrieänderung des Hohlraums führt zu einer Verringerung der Resonanzfrequenz der Resonatormoden. Analog führt ein Abkühlen des Resonators zur Kontraktion desselben, die wiederum eine Erhöhung der Resonanzfrequenz zur Folge hat. Für die vermessenen PETRA-Resonatoren liegt die Verstimmung durch Temperaturänderung bei ungefähr $8\ \text{kHz}/^\circ\text{C}$ [7] und liegt in der gleichen Größenordnung wie die Verschiebung durch den verwendeten Störkörper. Aus diesem Grund muss die Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz beim Messablauf berücksichtigt werden.

Sei dazu durch $\nu_0(z)$ die Resonanzfrequenz einer Resonatormode, mit dem Störkörper auf der Position z entlang der Strahlenachse, gegeben. Außerdem sei eine Referenzposition des Störkörpers z_{ref} mit zugehöriger Resonanzfrequenz $\nu_{\text{ref}} = \nu_0(z_{\text{ref}})$ definiert. Die beiden somit eingeführten Größen sind nach der vorigen Erläuterung abhängig von der Temperatur des Resonators. Für eine kleine Perturbation der Resonatormode wie sie bei der Störkörpermessung auftritt, führt eine Temperaturänderung des Resonators zur gleichen Verschiebung beider Frequenzen $\nu_0(z)$ und ν_{ref} . Demnach ist die Differenz $\nu_0(z) - \nu_{\text{ref}}$ unabhängig von der Temperatur des Resonators, wobei zu beachten ist, dass beide Frequenzen bei der gleichen Resonatortemperatur gemessen werden. Da in der Praxis die Messung der Resonanzfrequenz an beiden Positionen nicht instantan erfolgen kann, muss als Anforderung gestellt werden, dass die Temperaturänderung während der Messung beider Größen vernachlässigbar ist. Um dies zu gewährleisten wurden die Messungen hauptsächlich über Nacht durchgeführt, um schnelle Temperaturänderungen durch Sonneneinstrahlung zu vermeiden. Es ist praktisch, die Referenzposition des Störkörpers so zu wählen, dass die Frequenz ν_{ref}

der Resonanzfrequenz des ungestörten Resonators entspricht. Dies ist der Fall, wenn am Ort des Störkörpers das elektrische Feld verschwindet, wie beispielsweise unmittelbar vor der Kreuzblende am Vakuumflansch des Resonators (vgl. Abb. 3.2). Dadurch entspricht die temperaturunabhängige Frequenzdifferenz der Verschiebung der Resonanzfrequenz $\Delta\nu$ des gestörten vom ungestörten Resonator.

3.3.2 Ablauf der Störkörpermessung

Für eine Bestimmung des elektrischen Feldes einer Mode auf der Resonatorachse ist gemäß Gleichung (2.17) neben der Verschiebung der Resonanzfrequenz durch den Störkörper auch die Kenntnis der Güte Q_0 und Resonanzfrequenz ν_0 erforderlich. Daher wird zunächst der Frequenzbereich des VNA um die Resonanz der zu untersuchenden Mode zentriert und eine Kalibration durchgeführt. Anschließend wird das kalibrierte Reflexionsspektrum $\rho(\nu)$ durch den VNA aufgenommen, was zur Bestimmung von Güte und Resonanzfrequenz ausgewertet werden kann (vgl. Abschnitt 4.1.3). Danach wird der Störkörper in den Resonator gefahren und die Referenzposition des Störkörpers, wie in Abschnitt 3.3.1 erläutert, festgelegt. Nun muss der Frequenzbereich des VNA so eingestellt werden, dass die Resonanzkurve (vgl. Abb. 2.3) der zu vermessenden Resonatormode stets in den Messbereich fällt. Dabei ist insbesondere die perturbative Verstimmung durch den Störkörper, aber auch die thermische Verstimmung zu beachten. Nachdem ein geeigneter Frequenzbereich gefunden wurde, muss der Netzwerkanalysator erneut kalibriert werden. Die automatisierte Messung kann dann mit dem im Rahmen dieser Arbeit implementierten Störkörpermessprogramm (basierend auf [14]) erfolgen.

Das Programm misst dabei die Verschiebung der Resonanzfrequenz durch den Störkörper an verschiedenen Stellen im Resonator, indem die in Abschnitt 3.3.1 zur temperaturunabhängigen Messung eingeführte Methode ausgenutzt wird. Die vom Störkörpermessprogramm durchgeführten Schritte zur Bestimmung der Resonanzfrequenzverschiebung an einer Position z sollen kurz dargestellt werden:

1. Der Störkörper wird auf die Referenzposition z_{ref} gefahren.
2. Es wird gewartet (5 s), bis die Schwingung des Störkörpers abgeklungen ist.
3. Der VNA bildet den laufenden Mittelwert des Reflexionsspektrums $|\rho(\nu)|$ über fünf Messzyklen.
4. Die Resonanzfrequenz ν_{ref} wird durch das Minimum des gemittelten Reflexionsspektrums bestimmt.
5. Die Schritte 1. bis 4. werden an der Position z wiederholt und die Resonanzfrequenz $\nu_0(z)$ bestimmt.
6. Die Störkörperposition z , Resonanzfrequenz $\nu_0(z)$ des gestörten Resonators, Referenzfrequenz ν_{ref} und die Differenz $\nu_0(z) - \nu_{\text{ref}}$ werden abgespeichert.

Diese Messschritte werden so lange wiederholt, bis der Resonator auf der gesamten Länge in einer frei wählbaren Schrittweite vermessen wurde.

Die somit beschriebene Messmethode kann genutzt werden, um das elektrische Feld verschiedener Resonatormoden zu vermessen. Dies wurde in dieser Arbeit genutzt, um die TM_{010} -Moden beider PETRA-Resonatoren und eine Auswahl von Moden höherer Ordnung des PETRA-III Resonators vermessen.

Störkörpermessungen

4.1 Vorbereitung der Störkörpermessung

4.1.1 Vorbereitung des Resonators

Bevor mit der Störkörpermessung nach Abschnitt 3.3 begonnen werden kann, müssen noch Einstellungen am Resonator erfolgen. Zum einen wird die Koppelschleife so gedreht, dass eine nahezu kritische Einkopplung ($\kappa \approx 1$) an die TM_{010} - π -Mode des Resonators realisiert wird. Dies kann durch eine Messung des Reflexionskoeffizienten mit dem VNA überprüft werden, da für den Fall kritischer Kopplung gemäß Gleichung (2.12)

$$|\rho(\omega = \omega_0)| = 0 \quad (4.1)$$

gilt.

Außerdem werden beide Abstimmstempel so eingestellt, dass sich eine symmetrische Feldverteilung im Resonator ausbildet. Dazu wird die Resonanzfrequenzverschiebung durch den Störkörper in der Mitte beider Stempel-Zellen gemessen. Ist die Frequenzverschiebung und somit auch die Amplitude elektrischen Feldes an beiden Stellen gleich, so liegt eine symmetrische Feldverteilung vor. Anderenfalls werden die Stempel so lange gegeneinander Verfahren, bis eine Stempelstellung gefunden wurde, für die sich ein symmetrisches Feld im Resonator ausbildet.

Schließlich muss die Beschleunigungsmode auf ihre Sollfrequenz im Vakuum von 499,67 MHz durch paralleles Verfahren der Stempel abgestimmt werden. Dabei ist zu beachten, dass die Luft im Hohlraum des Resonators zu einer zusätzlichen Verstimmung führt. Ist der Resonator durch ein Medium der relativen Permittivität ε_r und Permeabilität μ_r ausgefüllt, so kann die Verstimmung der Resonanzfrequenzen durch

$$\nu_0^{\text{Med}} = \frac{\nu_0^{\text{Vak}}}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \quad (4.2)$$

beschrieben werden [15]. Mit der relativen Permittivität trockener Luft $\varepsilon_r^{\text{Luft}} = 1,0005364$ unter Normalbedingungen [11], vernachlässigbarer relativer Permeabilität ($\mu_r \approx 1$) und der Sollfrequenz im Vakuum ν_0^{Vak} folgt die Frequenz der Beschleunigungsmode

$$\nu_0^{\text{Luft}} = 499,54 \text{ MHz} \quad (4.3)$$

für den luftgefüllten Resonator. Da diese Frequenz mit Temperatur und Luftfeuchtigkeit variiert, ist ein exaktes Abstimmen auf diese Frequenz nicht zweckmäßig und es genügt die grobe Einstellung mit einer Genauigkeit von einigen kHz.

4.1.2 Bestimmung der Störkörperkonstante

Zur Berechnung der Störkörperkonstante α_s des kugelförmigen Störkörpers aus PTFE mit einem Durchmesser $D = (20,05 \pm 0,05)$ mm und der zentrischen Bohrung mit dem Durchmesser $d = (1,30 \pm 0,05)$ mm kann Gleichung (2.16) verwendet werden. Die relative Permittivität von PTFE beträgt im Mittel $\varepsilon_r = 2,1$ und variiert mit der Dichte und Kristallinität des Materials [11]. Daher wird für den verwendeten Störkörper $\varepsilon_r = 2,10 \pm 0,05$ angenommen. Es folgt für die Störkörperkonstante

$$\alpha_s = (2,99 \pm 0,11) \cdot 10^{-17} \text{ A s m}^2 \text{ V}^{-1}, \quad (4.4)$$

wobei das fehlende Volumen der zentrischen Bohrung beachtet wurde.

Bei der Bestimmung der elektrischen Felder gemäß Gleichung (2.17), wirkt der Fehler der Störkörperkonstanten systematisch auf das resultierende Feld. Dieser systematische Einfluss muss insbesondere bei der Integration des Feldes über die Störkörperposition (Bestimmung von Beschleunigungsspannung und Shuntimpedanz) gesondert betrachtet werden. Um diesen Fehler zu verringern, könnte eine direkte Bestimmung der Störkörperkonstanten in einem Referenzresonator durchgeführt werden. Darauf wurde jedoch in dieser Arbeit verzichtet, da mit einem relativen Fehler von unter 4 % eine ausreichende Genauigkeit vorliegt.

4.1.3 Bestimmung von Resonanzfrequenz und Güte

Die Bestimmung von Resonanzfrequenz und Güte der Resonatormoden kann anhand des gemessenen Reflexionsspektrums der jeweiligen Resonanz erfolgen. Dazu wird eine Kurve gemäß Gleichung (2.12) nach der Methode der kleinsten Quadrate an das gemessene Spektrum angepasst. Dies wird, am Beispiel der TM_{010} - π -Beschleunigungsmoden von PETRA-III, in Abbildung 4.1 dargestellt. Um eine bessere Abschätzung der Fehler zu erlauben, wurden zu jeder Resonanzmode

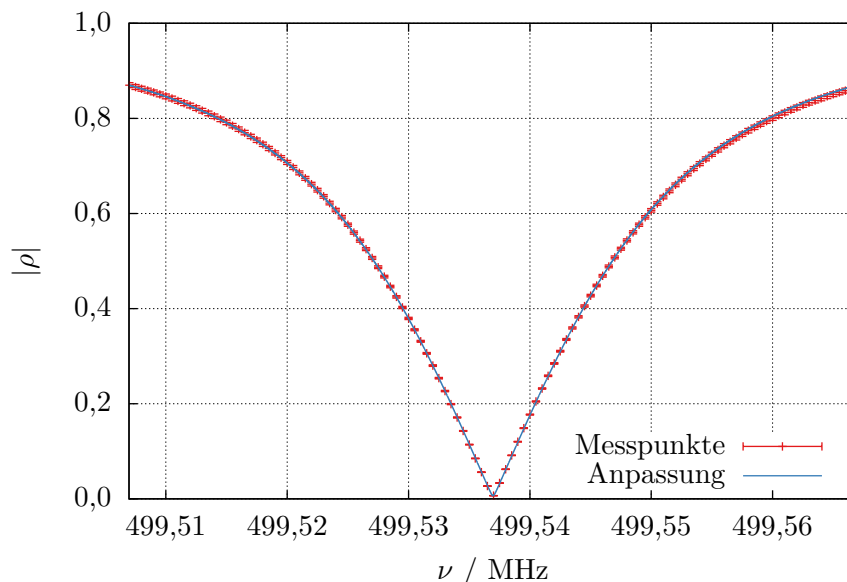


Abbildung 4.1: Anpassung der Resonanzkurve (2.12) an ein gemessenes Reflexionsspektrum der TM_{010} - π -Mode von PETRA-III. Aus Gründen der Übersicht wurde nur jeder 10. Messpunkt des VNA aufgetragen. Die Anpassung liefert die Resonanzfrequenz $\nu_0 = 499,537$ MHz (Anpassungsfehler vernachlässigbar), Güte $Q_0 = 29\,560 \pm 20$ und den Koppelfaktor $\kappa = 1,013 \pm 0,001$.

mehrere Reflexionsspektren aufgenommen und an jedes Spektrum eine Anpassung durchgeführt. Die resultierenden Ergebnisse folgen aus der Bildung des Mittelwerts der angepassten Parameter. Da die Resonanzfrequenz der Moden mit der Temperatur der Kavität schwankt, wird auf eine Angabe des Fehlers verzichtet. Darüber hinaus kann der Einfluss von dielektrischen Verlusten der Luft auf die Güte des Resonators vernachlässigt werden [5].

4.2 Vermessung der TM_{010} -Resonatormoden

Die folgenden Abschnitte widmen sich der Auswertung der Störkörpermessungen an den TM_{010} -Resonatormoden von PETRA-III und PETRA-IV, welche gemäß Abschnitt 3.3 durchgeführt wurden. Für beide Resonatoren wurden die π , $2/3 \pi$, $1/3 \pi$ und 0-Moden vermessen. Die restlichen Moden der siebenzelligen Resonatorkette, die nach den Erläuterungen in Abschnitt 3.1 erwartet werden, konnten nicht vermessen werden. Dies ist der Fall, da diese Moden ein verschwindendes elektrisches und magnetisches Feld in der mittleren Zelle des Resonators aufweisen (vgl. Abb. A.1 f.) und daher nicht oder nur schwach über die Koppelschleife angeregt werden können.

Beide Resonatoren wurden mit einer Schrittweite des Störkörpers von 5 mm vermessen, was 60 Messpunkten pro Zelle entspricht. Dadurch sind die gemessenen Feldverteilungen durch das Ortsauflösungsvermögen des verwendeten Störkörpers begrenzt.

4.2.1 Auswertung der Messdaten

Nachdem die Güte Q_0 , Resonanzfrequenz ν_0 und Störkörperkonstante α_s bestimmt wurde, kann die Amplitude des elektrischen Feldes (normiert auf die Wurzel der Verlustleistung P_V) gemäß Gleichung (2.17) berechnet werden. Außerdem kann das effektive elektrische Feld, das ein ultrarelativistisches Teilchen erfährt, welches den Resonator passiert, berechnet und somit der Laufzeitfaktor Λ aus Gleichung (2.19) bestimmt werden. Dazu muss neben der harmonischen Zeitabhängigkeit der Felder auch die Phasenbeziehung (vgl. Abb. A.2) zwischen den einzelnen Zellen beachtet werden. Darüber hinaus wird die Eintrittsphase des Teilchens in den Resonator so gewählt, dass der Laufzeitfaktor Λ bzw. die effektive Shuntimpedanz R_S^{eff} maximiert wird.

Dies wurde am Beispiel der π -Mode des PETRA-III Resonators in Abbildung 4.2 dargestellt. Im Anhang B.1 wurden die Felder aller vermessenen TM_{010} -Resonatormoden beider Resonatoren zusammengestellt.

Schließlich können die charakteristischen Größen der TM_{010} -Moden bestimmt werden, wobei die folgenden Überlegungen auf dem Inhalt von Abschnitt 2.4 basieren. Zunächst erfolgt die Berechnung der longitudinalen Shuntimpedanzen R_S , indem Gleichung (2.18) in (2.21) eingesetzt wird, sodass man

$$R_S = \frac{1}{2} \left(\int_0^L \frac{|\vec{E}_0(z)|}{\sqrt{P_V}} dz \right)^2 \quad (4.5)$$

erhält. Demnach kann die Shuntimpedanz durch Integration der (normierten) elektrischen Feldamplitude über die Länge L des Resonators gewonnen werden. Diese Integration sowie die hierauf folgenden Integrationen erfolgen dabei numerisch durch die Trapezregel. Ebenso kann der Laufzeitfaktor Λ als das Verhältnis des Integrals von effektivem Feld zum Integral der Feldamplitude berechnet werden. Dieser dient der Berechnung der effektiven Shuntimpedanz R_S^{eff} , die nun durch Gleichung (2.22) bestimmt werden kann. Alternativ kann die effektive Shuntimpedanz durch Integration über das effektive Feld, analog zur Berechnung der Shuntimpedanz, ermittelt werden.

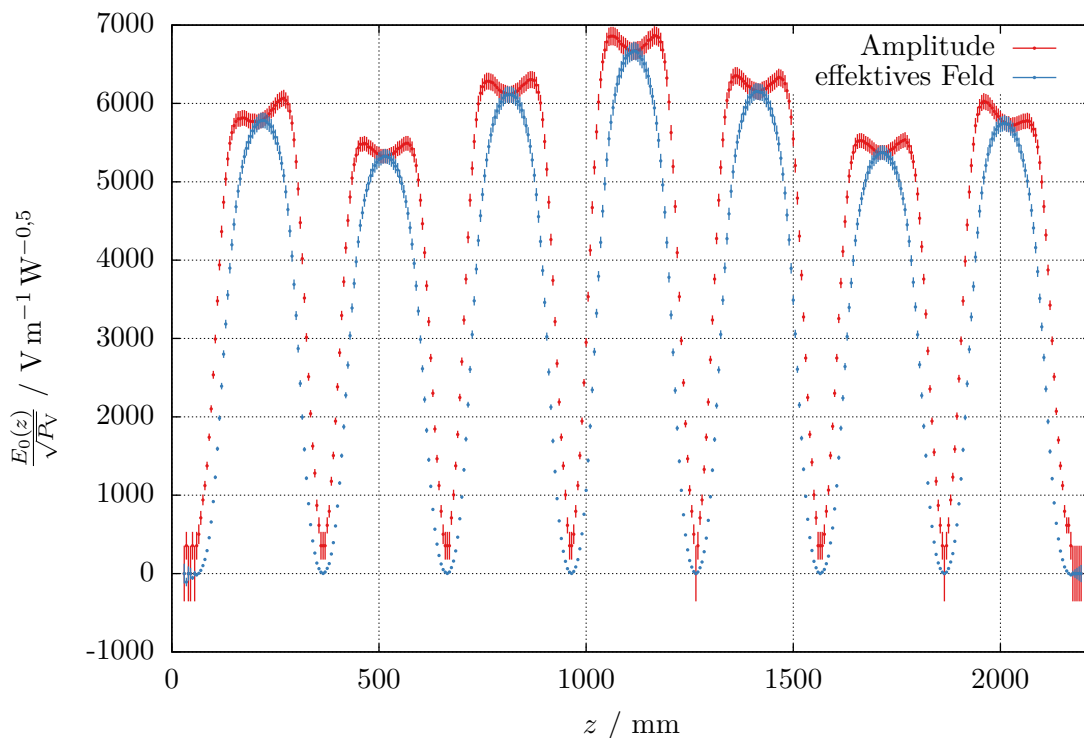


Abbildung 4.2: Elektrische Feldverteilung der TM_{010} - π -Beschleunigungsmoden von PETRA-III. Die Position z ist relativ zum Vakuumflansch angegeben.

Die Kenngrößen der verschiedenen TM_{010} -Resonatormoden und deren longitudinalen Shuntimpedanzen wurden in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

4.2.2 Vergleich und Interpretation der Ergebnisse

Wie zu erwarten, zeigt die π -Mode beider Resonatoren mit einem Laufzeitfaktor von 76,7% die höchste effektive Shuntimpedanz. Dies ist der Fall, da ein ultrarelativistisches Teilchen zum Durchqueren einer Zelle der Länge 30 cm bei einer treibenden Hochfrequenz von 499,67 MHz genau eine halbe Periode der Hochfrequenz benötigt. Durch den Phasensprung von π zwischen jeder Zelle bedeutet dies, dass das Teilchen stets ein elektrisches Feld erfährt, welches in dessen Bewegungsrichtung zeigt (vgl. Abschnitt B.1). Im Vergleich dazu sind die restlichen TM_{010} -Moden mit effektiven Shuntimpedanzen der Größenordnung von einigen $k\Omega$ ungeeignet für die effiziente Beschleunigung geladener Teilchen. Dahingehend soll sich die Diskussion auf die π -Beschleunigungsmoden beschränken.

Laut Herstellerangaben liegt die Güte der siebenzelligen PETRA-Resonatoren im Bereich von 29 000 bis 36 000 bei einem Nominalwert von 32 800 [7]. PETRA-IV unterschreitet somit die Untergrenze der Güte um etwa 800 und lediglich PETRA-III fällt in den angegebenen Bereich. Außerdem unterschreiten beide deutlich die nominale Güte, was möglicherweise darauf zurückzuführen ist, dass beide Resonatoren über längere Zeit belüftet waren und so eine Oxidation der Kupferoberfläche stattgefunden hat, die eine Vergrößerung der Verluste des Resonators zur Folge hat. Im Folgenden wird diese Abweichung auch bei den Shuntimpedanzen auftreten, da diese eine lineare Abhängigkeit von der Güte der Resonatormode aufweist.

Der Hersteller gibt eine nominale (effektive) Shuntimpedanz von 28,1 M Ω an [7], welche gemäß

$\Delta\varphi$	ν_0 / MHz	Q_0	$R_S / \text{M}\Omega$	Λ	$R_S^{\text{eff}} / \Omega$
π	499,67	$29\,556 \pm 110$	$43,6 \pm 1,6$	$0,767 \pm 0,002$	$(25,65 \pm 0,91) \cdot 10^6$
$\frac{2}{3}\pi$	501,14	$31\,741 \pm 86$	$37,8 \pm 1,4$	$0,048 \pm 0,001$	$(85,9 \pm 3,0) \cdot 10^3$
$\frac{1}{3}\pi$	505,37	$32\,707 \pm 118$	$42,3 \pm 1,5$	$0,040 \pm 0,001$	$(69,1 \pm 2,4) \cdot 10^3$
0	508,61	$35\,999 \pm 66$	$46,2 \pm 1,7$	$0,010 \pm 0,001$	$(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^3$

(a) PETRA-III

$\Delta\varphi$	ν_0 / MHz	Q_0	$R_S / \text{M}\Omega$	Λ	$R_S^{\text{eff}} / \Omega$
π	499,67	$28\,200 \pm 176$	$41,6 \pm 1,5$	$0,767 \pm 0,001$	$(24,47 \pm 0,87) \cdot 10^6$
$\frac{2}{3}\pi$	501,17	$31\,356 \pm 218$	$37,5 \pm 1,4$	$0,056 \pm 0,001$	$(115,3 \pm 4,1) \cdot 10^3$
$\frac{1}{3}\pi$	505,43	$32\,732 \pm 54$	$42,3 \pm 1,5$	$0,041 \pm 0,001$	$(69,8 \pm 2,4) \cdot 10^3$
0	508,61	$35\,445 \pm 59$	$45,4 \pm 1,6$	$0,013 \pm 0,001$	$(7,7 \pm 0,6) \cdot 10^3$

(b) PETRA-IV

Tabelle 4.1: Longitudinale Shuntimpedanzen der vermessenen TM_{010} -Moden beider PETRA-Resonatoren. Die Resonanzfrequenz ν_0 wurde gemäß Abschnitt 4.1.1 auf die Frequenz des evakuierten Resonators umgerechnet.

der vorigen Erläuterungen nicht erreicht werden kann. Ein Vergleich ist dennoch möglich, wenn der Geometriefaktor R_S^{eff}/Q_0 der Beschleunigungsmode betrachtet wird. Für beide Resonatoren erhält man den Geometriefaktor der π -Mode von

$$\frac{R_S^{\text{eff}}}{Q_0} = (868 \pm 32) \Omega, \quad (4.6)$$

welcher unabhängig von der Verlustleistung des jeweiligen Resonators ist. Gemäß der Simulation der Kavität durch den Hersteller mit MAFIA^{TM1} beträgt der Geometriefaktor 856Ω [7] und steht somit in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten.

Wird eine treibende Hochfrequenzleistung P_{HF} bei kritischer Kopplung (die Verlustleistung P_V entspricht dann P_{HF}) des Resonators angenommen, so erhält man die effektive Beschleunigungsspannung gemäß Gleichung (2.22)

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{2R_S^{\text{eff}}P_{\text{HF}}}. \quad (4.7)$$

Wird beispielsweise zum Betrieb der Resonatoren ein 200 kW-Klystron genutzt, dessen Leistung durch ein magisches T (Leistungssteiler auf Hohlleiterbasis) gleichmäßig auf beide Resonatoren aufgeteilt wird, so erhält man effektive Beschleunigungsspannungen von

$$U_{\text{eff}}^{\text{P-III}} = (2,265 \pm 0,041) \text{ MV} \quad \text{und} \quad U_{\text{eff}}^{\text{P-IV}} = (2,212 \pm 0,040) \text{ MV} \quad (4.8)$$

unter der Verwendung der gemessenen Shuntimpedanzen. Der Vergleich mit den aktuell in ELSA verbauten fünfzelligen Resonatoren vom Typ PETRA mit einer effektiven Shuntimpedanz von $15 \text{ M}\Omega$ [16] liefert bei gleicher eingekoppelter Leistung eine effektive Beschleunigungsspannung von $U_{\text{eff}} = 1,73 \text{ MV}$. Dies zeigt eine wesentlich effizientere Beschleunigung in den siebenzelligen Resonatoren gegenüber den fünfzelligen und ist der Hauptgrund für die Konstruktion mehrzelliger

¹ Programm zur numerischen Simulation elektromagnetischer Felder und Vorgänger des *CST Microwave Studio*[®].

Beschleunigungsresonatoren.

4.3 Vermessung von Moden höherer Ordnung

Schließlich wurde eine Vermessung von Moden höherer Ordnung von PETRA-III durchgeführt. Eine Vorauswahl der zu vermessenen Moden wurde dabei anhand deren Güte getroffen, so dass nur Resonanzen mit Güten der Größenordnung 10^4 und größer in Betrachtung gezogen wurden. Außerdem wurde ein Schwerpunkt auf die TM_{021} -Mode bei ca. 1,46 GHz gesetzt, da diese gemäß [1] eine effektive Shuntimpedanz in der Größenordnung der Fundamentalmode besitzt. Die Vermessung und Teile der Auswertung dieser Moden erfolgt analog zu Abschnitt 4.2 und soll daher nicht wiederholt werden. Die Abweichungen werden im folgenden Abschnitt dargestellt.

4.3.1 Auswertung der Messdaten

Zur Auswertung der vermessenen Feldverteilungen muss zunächst die Phasenbeziehung der Felder in den einzelnen Zellen bestimmt werden. Dazu werden Simulationen der Eigenmoden eines vereinfachten Modells des siebenzelligen PETRA-Resonators von [17] mit *CST Microwave Studio*[®] (CST-MWS) durchgeführt. Aufgrund der Tatsache, dass ein vereinfachtes Modell der Kavität genutzt wird, kommt es teilweise zu großen Abweichungen der Resonanzfrequenz zwischen Simulation und Messung. Darüber hinaus treten Diskrepanzen zwischen simulierten und gemessenen Feldamplituden auf. Diese Abweichungen sind unter anderem auf die rudimentäre Modellierung der Nasenkegel und Abstimmstempel zurückzuführen. Außerdem ist die Zelle der Einkopplung ohne Koppelschleife modelliert. Dennoch ist eine Identifizierung der meisten vermessenen Resonatormoden anhand charakteristischer Merkmale der Feldverteilung zu vollziehen. In Abbildung 4.3 wurden exemplarisch die (qualitativen) Ergebnisse einer Simulation der vermessenen TM_{111} -Mode durch CST-MWS gezeigt. Ein wichtiges Merkmal ist das Verschwinden des elektrischen Feldes zwischen Zellen mit einem Phasensprung des elektrischen Feldes von π . Dies ist zwischen der zweiten und dritten Zelle in Abbildung 4.3 zu beobachten und kann zur eindeutigen Identifikation der meisten Resonatormoden und deren Phasenbeziehung genutzt werden.

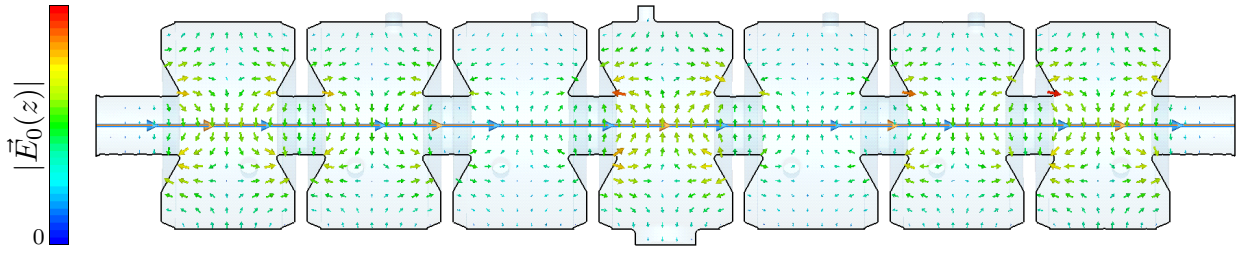
Für zwei der vermessenen Moden ist keine eindeutige Bestimmung der Phasenbeziehung zu vollziehen, da diese keinen Eigenmoden der Simulation durch CST-MWS zugeordnet werden können. Außerdem ist eine Festlegung der Phasenbeziehung durch das zuvor erwähnte Merkmal nicht möglich, da die betroffenen Moden eine verschwindende elektrische Feldamplitude in den mittleren Zellen aufweisen (vgl. Abb. B.13 f.). Daher wird für diese Moden die Phasenbeziehung so gewählt, dass der Fall maximaler effektiver Shuntimpedanz eintritt.

Für Moden höherer Ordnung können gemäß Abschnitt 2.1 auch π -Phasensprünge innerhalb einer Zelle stattfinden (z. B. bei den TM_{021} -Moden), welche ebenfalls bei der Auswertung beachtet werden müssen.

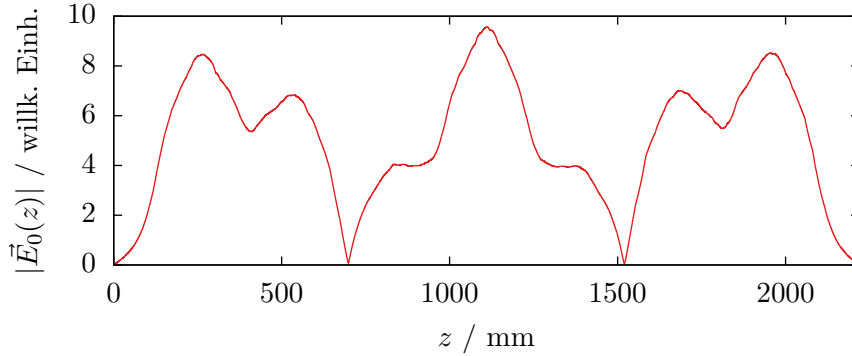
Die restliche Auswertung folgt analog zu Abschnitt 4.2 und die Ergebnisse wurden in Tabelle 4.2 dargestellt. Die Darstellungen der elektrischen Felder wurde in Abschnitt B.2 zusammengefasst.

4.3.2 Interpretation der Ergebnisse

Bevor eine Diskussion der resultierenden Shuntimpedanzen erfolgt, sollen die gemessenen Verteilungen des elektrischen Feldes erörtert werden. Einerseits fällt bei Betrachtung der Feldverteilungen in Abschnitt B.2 auf, dass Sprünge des effektiven elektrischen Feldes auftreten. Diese entstehen an Stellen, an denen das elektrische Feld einen Phasensprung vollzieht und ist auf die begrenzte Ortsauflösung durch die Ausdehnung des verwendeten Störkörpers zurückzuführen. Bei



(a) Qualitative Darstellung des elektrischen Feldes zu einem festen Zeitpunkt. Gezeigt ist der Querschnitt des Resonator-Modells mit der Strahlenachse in der Schnittebene.



(b) Betrag der Amplitude des elektrischen Feldes in Abhängigkeit der Position auf der Strahlenachse.

Abbildung 4.3: Simulation der vermessenen TM_{111} -Eigenmode durch CST-MWS.

der Bestimmung der Shuntimpedanzen durch Integration stellen diese Sprungstellen jedoch keinen signifikanten Einfluss dar und können vernachlässigt werden. Mit der Verwendung eines kleineren Störkörpers wäre dennoch eine Möglichkeit gegeben, diese Sprünge zu vermindern, was jedoch mit einer Abnahme der Frequenzverschiebung durch die Störung der Resonatormoden zusammenhängen würde. Insbesondere bei den Moden höherer Ordnung, die im Vergleich zur Fundamentalmode kleine Feldstärken aufweisen, kann dies eine Temperaturstabilisierung von Resonator und VNA erfordern und wurde daher nicht ausgenutzt.

Ferner führt die über den Messbereich konstante Frequenzauflösung des VNA und die Proportionalität

$$\frac{|\vec{E}_0|}{\sqrt{P_V}} \propto \sqrt{\Delta\omega} \quad (4.9)$$

aus Gl. (2.17) zu einer Abnahme der Auflösung, mit der die Amplitude des elektrischen Feldes bei kleinen Amplituden gemessen werden kann. Dies führt dazu, dass Feldamplituden, die unter die Auflösungsgrenze fallen, nicht von einem verschwindenden elektrischen Feld zu unterscheiden sind. Dadurch kann an manche Moden mit scheinbar verschwindendem elektrischen Feld (und damit auch magnetischem Feld) in der mittleren Resonatorzelle (vgl. Abb. B.13 ff.) eine Kopplung stattfinden.

Generell zeigen die meisten vermessenen Moden eine Shuntimpedanz R_S^{eff} von einigen $M\Omega$. Jedoch führen die kleinen Laufzeitfaktoren Λ gemäß Gl. (2.22) zu einer Reduzierung der effektiven Shuntimpedanz um den Faktor Λ^2 . Dies resultiert darin, dass die effektiven Shuntimpedanzen Werte in der Größenordnung von einigen $k\Omega$ annehmen. Die größte effektive Shuntimpedanz zeigt dabei die TE_{111} -Mode mit $(326 \pm 11) k\Omega$ (transversal). Der Vergleich mit der effektiven Shuntim-

Mode	ν_0 / MHz	Q_0	R_S / M Ω	Λ	R_S^{eff} / k Ω
TE ₁₁₁ trans.	702,70	11 162 ± 18	3,89 ± 0,14	0,289 ± 0,002	326 ± 11
TM ₀₁₁ long.	730,45	13 927 ± 39	3,28 ± 0,12	0,118 ± 0,003	45,8 ± 1,6
TM ₁₁₁ trans.	1 047,23	28 528 ± 174	8,14 ± 0,29	0,017 ± 0,001	2,34 ± 0,15
TM* long.	1 375,79	59 762 ± 416	9,47 ± 0,34	0,019 ± 0,002	3,40 ± 0,40
TM ₀₂₁ [†] long.	1 458,30	7 552 ± 51	0,566 ± 0,020	0,182 ± 0,004	18,8 ± 0,7
TM ₀₂₁ [†] long.	1 460,34	16 043 ± 63	0,729 ± 0,026	0,266 ± 0,004	51,7 ± 1,8
TM ₀₂₁ long.	1 464,96	25 279 ± 172	2,60 ± 0,10	0,100 ± 0,002	26,1 ± 1,0
TM ₀₂₁ long.	1 465,83	15 028 ± 92	2,52 ± 0,09	0,269 ± 0,001	183,0 ± 6,4

*: Resonatormode ist nicht durch Moden zylindrischer Resonatoren beschreibbar

†: Für die Phasenbeziehung wird der Fall der höchsten effektiven Shuntimpedanz angenommen

Tabelle 4.2: Longitudinale/Transversale Shuntimpedanzen der vermessenen Moden höherer Ordnung von PETRA-III. Die Resonanzfrequenz ν_0 wurde gemäß Abschnitt 4.1.1 auf die Frequenz des evakuierten Resonators umgerechnet.

pedanz der Fundamentalmode von etwa 25 M Ω zeigt bereits, dass der parasitäre Einfluss dieser Mode gegenüber der Fundamentalmode klein ist. Darüber hinaus zeigt die Mode mit der Resonanzfrequenz 1 465,83 MHz die größte effektive Shuntimpedanz der TM₀₂₁-Moden. Diese liegt bei (183,0 ± 6,4) k Ω und fällt damit ebenfalls zwei Größenordnungen unter die effektive Shuntimpedanz der Fundamentalmode.

Abschließend ist zu bemerken, dass entgegen der Erwartung keine der vermessenen Moden höherer Ordnung effektive Shuntimpedanzen in der Größenordnung der Fundamentalmode aufweist. Dennoch ist anzumerken, dass die Untersuchung dieser Moden keineswegs umfassend war, da eine unendliche Anzahl von Moden höherer Ordnung existieren. Bei einer weitergehenden Analyse ist eine Simulation des Impedanzspektrums (z. B. durch *CST Particle Studio*[®]) unter Verwendung eines detaillierteren Modells des Resonators zweckmäßig, da dadurch eine bessere Identifizierung der kritischen Moden vollzogen werden kann. Außerdem kann dadurch eine Untersuchung des Einflusses von Moden höherer Ordnung auf Multi-Bunch-Instabilitäten an ELSA durchgeführt werden.

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Methode der resonanten Störkörpermessung zur Bestimmung der elektrischen Felder in Hohlraumresonatoren vorgestellt. Dazu wurde ein Störkörpermessstand aufgebaut und um die Möglichkeit einer Störkörpermessung ohne Temperaturstabilisierung des Resonators erweitert. Diese Messmethode wurde an zwei siebenzelligen Resonatoren vom Typ PETRA erfolgreich erprobt, indem eine Vermessung der elektrischen Felder der TM_{010} -Resonatormode und einiger Moden höherer Ordnung erfolgte.

Die Vermessung der Fundamentalmode beider Resonatoren ergab effektive Shuntimpedanzen von etwa $25\text{ M}\Omega$ und überschreitet somit die Erwartungen von $23\text{ M}\Omega$ in [1]. Demnach sollten beide Resonatoren vom Standpunkt der Beschleunigungsspannung uneingeschränkt bei der Erweiterung von ELSA zum Einsatz kommen können.

Außerdem wurde eine Vermessung von einigen Moden höherer Ordnung durchgeführt und deren Shuntimpedanzen bestimmt. Alle effektiven Shuntimpedanzen der vermessenen Moden höherer Ordnung liegen mehrere Größenordnungen unter der effektiven Shuntimpedanz der Fundamentalmode und stellen keine große Gefahr für die Anregung von Multi-Bunch-Instabilitäten dar. Da keine umfassende Vermessung aller Moden höherer Ordnung durchgeführt wurde, kann der Zusammenhang von weiteren Moden mit Multi-Bunch-Instabilitäten an ELSA eine Grundlage für zukünftige Untersuchungen darstellen.

Herleitungen und Abbildungen

A.1 Herleitung der Frequenzverschiebung bei der Störung eines Hohlraumresonators durch einen Störkörper

Im Folgenden soll die Verschiebung der Resonanzfrequenz durch einen Störkörper im Hohlraumresonator (in Anlehnung an eine ähnliche Herleitung in [5]) abgeleitet werden. Man betrachte das zeit- und ortsabhängige elektromagnetische Feld in einem Hohlraumresonator, charakterisiert durch elektrische Feldstärke \vec{E} und magnetische Feldstärke \vec{H} . Die Felder des ungestörten Resonators seien gegeben durch (\vec{E}_0, \vec{H}_0) und die des gestörten Resonators durch (\vec{E}_1, \vec{H}_1) . Bei Verwendung der komplexen Darstellung der stehenden Welle im Resonator, kann das elektromagnetische Feld angegeben werden als:

$$\vec{E}_{0,1}(x, y, z, t) = \vec{E}_{0,1}(x, y, z) e^{i\omega_{0,1}t} \quad (\text{A.1a})$$

$$\vec{H}_{0,1}(x, y, z, t) = \vec{H}_{0,1}(x, y, z) e^{i\omega_{0,1}t}, \quad (\text{A.1b})$$

wobei die Phasenbeziehung von elektrischem und magnetischem Feld in den komplexen Amplituden $\vec{E}_{0,1}(x, y, z)$ und $\vec{H}_{0,1}(x, y, z)$ enthalten ist. Unabhängig von der Störung des Feldes gelten die MAXWELL-Gleichungen [6]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A.2a})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{\text{frei}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (\text{A.2b})$$

Setzt man die gestörten und ungestörten Felder (A.1) in die MAXWELL-Gleichung (A.2) ein, so erhält man unter der Annahme einer verschwindenden freien Stromdichte \vec{j}_{frei} im Hohlraum und nach Elimination der Zeitabhängigkeit:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_{0,1} = -i\omega_{0,1} \vec{B}_{0,1} \quad (\text{A.3a})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_{0,1} = i\omega_{0,1} \vec{D}_{0,1}. \quad (\text{A.3b})$$

Man verwendet diese zeitunabhängigen Gleichungen und die Produktregel der Divergenz für das Kreuzprodukt, um die folgenden Identitäten zu finden:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_0^* \times \vec{H}_1) &= \vec{H}_1 \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}_0^*) - \vec{E}_0^* \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}_1) \\ &= i\omega_0 \vec{B}_0^* \vec{H}_1 - i\omega_1 \vec{E}_0^* \vec{D}_1\end{aligned}\quad (\text{A.4a})$$

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_1 \times \vec{H}_0^*) &= \vec{H}_0^* \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{E}_1) - \vec{E}_1 \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}_0^*) \\ &= i\omega_0 \vec{E}_1 \vec{D}_0^* - i\omega_1 \vec{B}_1 \vec{H}_0^*.\end{aligned}\quad (\text{A.4b})$$

Anschließend bildet man die Summe der Gleichungen (A.4) und führt eine Integration über das Resonatorvolumen V durch. Unter Verwendung des GAUSSSchen Integralsatzes erhält man:

$$\int_V dV \left[\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_0^* \times \vec{H}_1 + \vec{E}_1 \times \vec{H}_0^*) \right] = \oint_{\partial V} dS \left[\vec{n} \cdot (\vec{E}_0^* \times \vec{H}_1 + \vec{E}_1 \times \vec{H}_0^*) \right], \quad (\text{A.5})$$

wobei \vec{n} den Normaleneinheitsvektor auf dem Rand ∂V des Resonatorhohlraums darstellt. Die Randbedingungen für das elektrische und magnetische Feld am idealen Leiter (s. Gleichung (2.1)) sorgen dafür, dass das Skalarprodukt im Integranden der rechten Seite auf dem Rand des Volumens ∂V identisch verschwindet.¹ Setzt man die gefundenen Identitäten (A.4) in das Integral über das Resonatorvolumen ein, so erhält man den Zusammenhang zwischen ungestörter ω_0 und gestörter Resonanzfrequenz ω_1 :

$$\omega_0 \int_V dV (\vec{B}_0^* \cdot \vec{H}_1 + \vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0^*) = \omega_1 \int_V dV (\vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0^* + \vec{E}_0^* \cdot \vec{D}_1). \quad (\text{A.6})$$

Dieser Zusammenhang ermöglicht die Angabe der relativen Frequenzverschiebung:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\int_V dV \left[(\vec{E}_1 \cdot \vec{D}_0^* - \vec{E}_0^* \cdot \vec{D}_1) + (\vec{B}_0^* \cdot \vec{H}_1 - \vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0^*) \right]}{\int_V dV \left[\vec{E}_0^* \cdot \vec{D}_1 + \vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0^* \right]}. \quad (\text{A.7})$$

Unter Verwendung der Definitionen für die magnetische Feldstärke \vec{H} und der elektrischen Flussdichte \vec{D} :

$$\vec{D} := \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{A.8a})$$

$$\vec{H} := \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (\text{A.8b})$$

mit den Vektorfeldern der Polarisation \vec{P} und Magnetisierung \vec{M} folgt aus (A.7):

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = - \frac{\int_V dV \left[\vec{E}_0^* \cdot \vec{P} + \vec{B}_0^* \cdot \vec{M} \right]}{\int_V dV \left[\vec{E}_0^* \cdot \vec{D}_1 + \vec{B}_1 \cdot \vec{H}_0^* \right]} \quad (\text{A.9})$$

Schließlich wird angenommen, dass das Volumen des Störkörpers klein ist gegen das gesamte Resonatorvolumen. Dadurch können bei Integration über das Resonatorvolumen im Nenner von (A.9), die gestörten Felder im Integranden durch die ungestörten genähert werden. Beachtet man weiterhin, dass die Phasendifferenz von elektrischem und magnetischem Feld bei stehenden

¹ Das Kreuzprodukt von elektrischer und magnetischer Feldstärke steht stets senkrecht zum Normalenvektor der ideal leitenden Grenzfläche: $\vec{E} \times \vec{H} \perp \vec{n}$

elektromagnetischen Wellen $\pi/2$ beträgt, so erhält man nach Ausführen der Integration im Nenner die vierfache im Feld des Resonators gespeicherte Energie W_0 :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = - \frac{\int_V dV [\vec{E}_0^* \cdot \vec{P} + \vec{B}_0^* \cdot \vec{M}]}{4W_0}. \quad (\text{A.10})$$

Diese Gleichung verknüpft die Verschiebung der Resonanzfrequenz durch einen Störkörper mit den ungestörten elektrischen und magnetischen Feldern und ermöglicht die Messung der Felder bei geeigneter Wahl des Störkörpers. Insbesondere stellt man fest, dass die Frequenzverschiebung durch einen Störkörper $\Delta\omega$ stets negativ ist.

A.2 Phasenbeziehung der TM_{010} -Moden

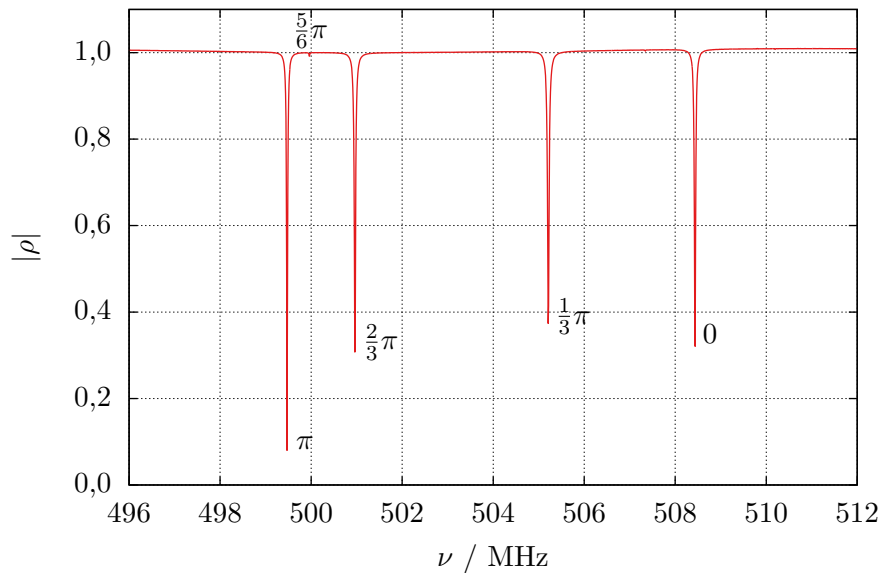


Abbildung A.1: Reflexionsspektrum der TM_{010} -Moden von PETRA-III. Bei einer Frequenz von ca. 500 MHz ist ebenfalls die sehr schwach gekoppelte $5/6 \pi$ -Mode erkennbar.

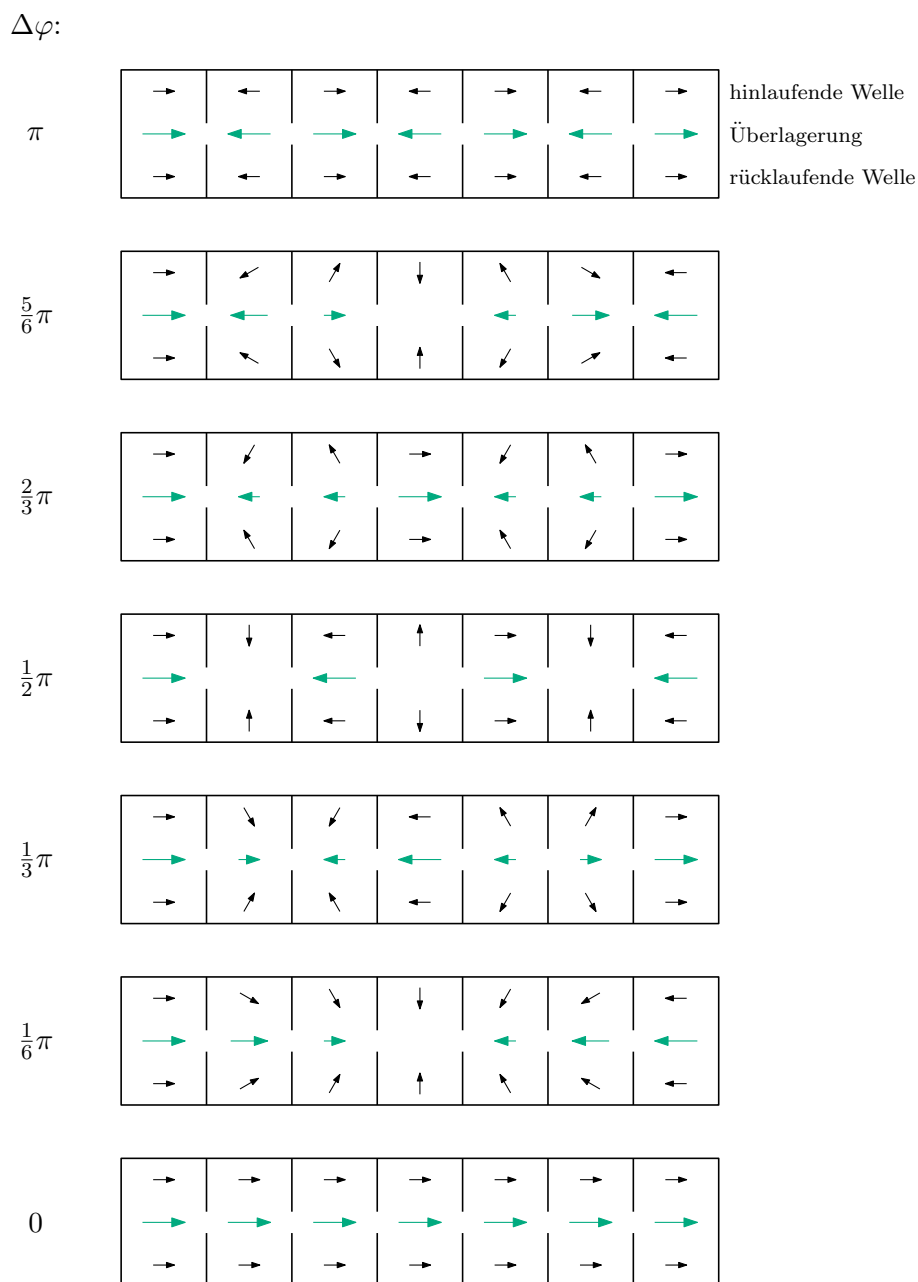


Abbildung A.2: Darstellung der Phasenbeziehung in einer siebenzelligen Resonatorkette durch Überlagerung von hin- und rücklaufender Welle. Amplitude und Phase der einzelnen Komponenten werden als Phasoren dargestellt. Der grüne Phasor kennzeichnet die Überlagerung beider Wellen und zeigt, dass das resultierende Feld nur Phasensprünge von π aufweist. Darüber hinaus kommt es in manchen Zellen zu destruktiver Interferenz.

Ergebnisse der Störkörpermessungen

B.1 Elektrische Feldverteilung der TM_{010} -Resonatormoden

Im Folgenden werden die Feldverteilungen der vermessenen TM_{010} -Resonatormoden der beiden Resonatoren PETRA-III und PETRA-IV zusammengetragen. In allen Fällen ist die Position z relativ zum Vakuumflansch des Resonators und die elektrischen Felder normiert auf die Wurzel der Verlustleistung P_V angegeben.

B.1.1 PETRA-III

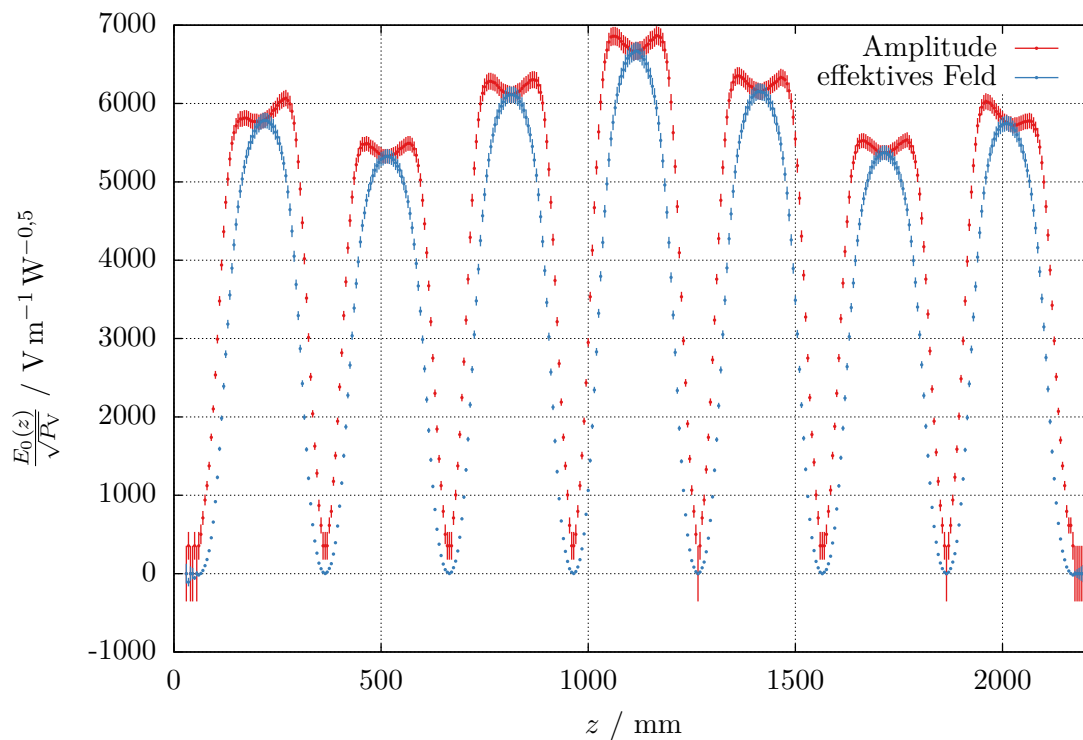


Abbildung B.1: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{010} - π -Mode von PETRA-III bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 499,67$ MHz im Vakuum.

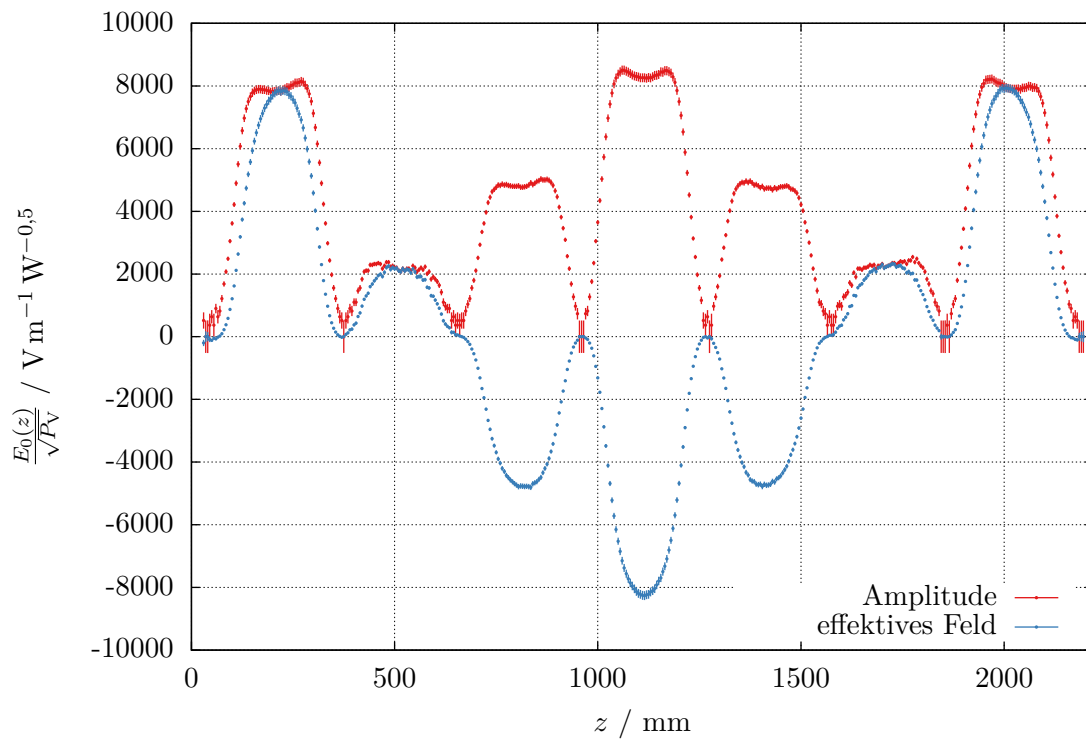


Abbildung B.2: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der $TM_{010}-\frac{2}{3}\pi$ -Mode von PETRA-III bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 501,14$ MHz im Vakuum.

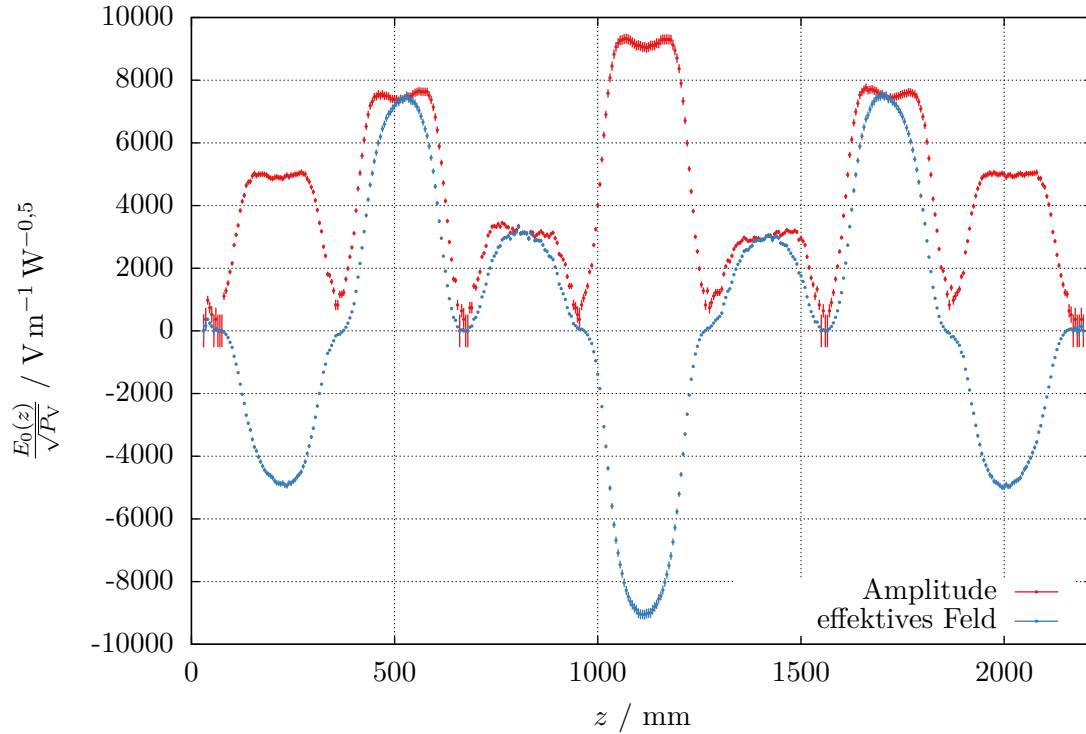


Abbildung B.3: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der $TM_{010}-\frac{1}{3}\pi$ -Mode von PETRA-III bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 505,37$ MHz im Vakuum.

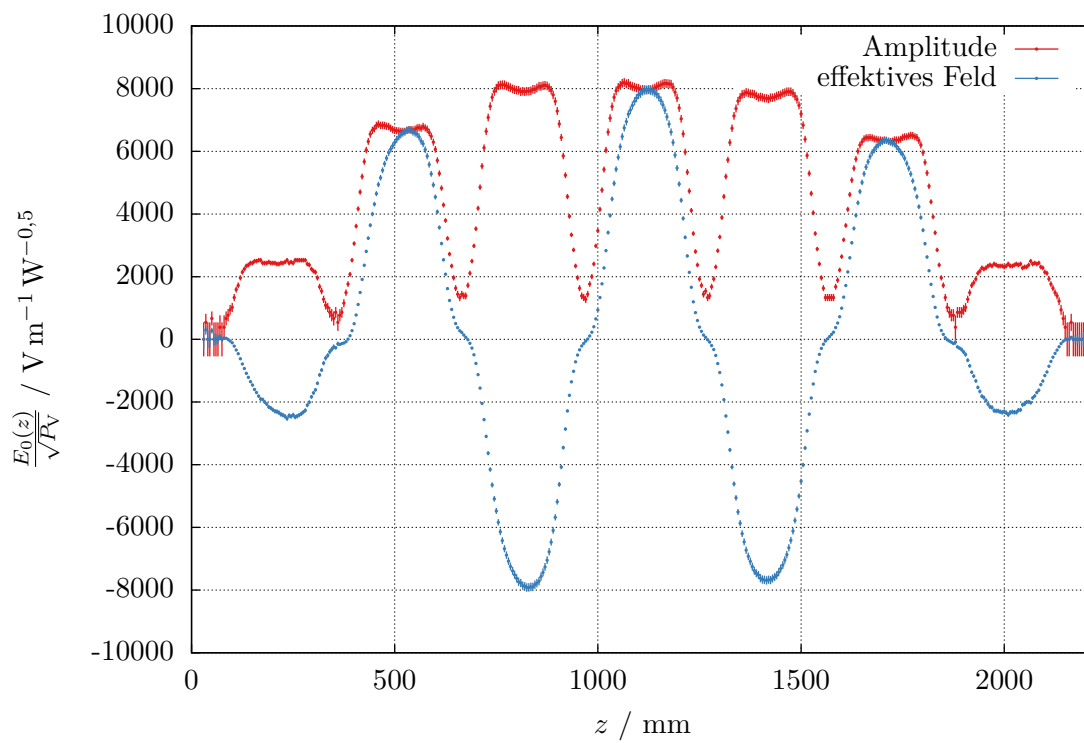


Abbildung B.4: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{010} -0-Mode von PETRA-III bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 508,61$ MHz im Vakuum.

B.1.2 PETRA-IV

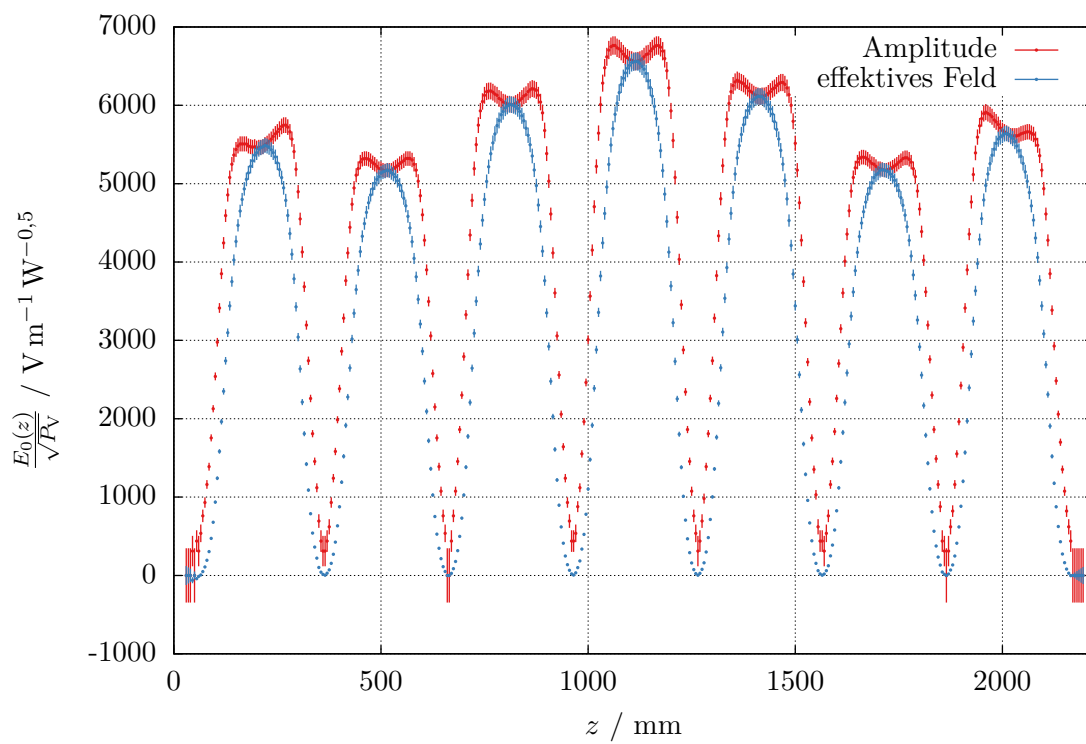


Abbildung B.5: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{010} - π -Mode von PETRA-IV bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 499,67$ MHz im Vakuum.

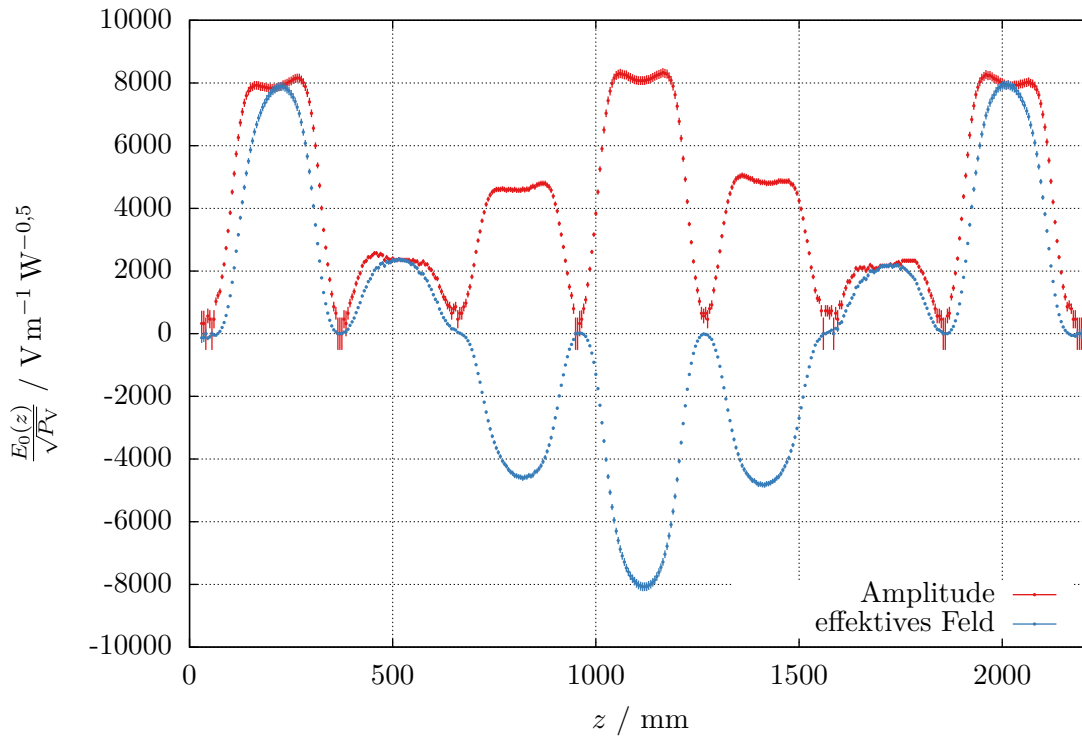


Abbildung B.6: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{010} - $\frac{2}{3}\pi$ -Mode von PETRA-IV bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 501,17$ MHz im Vakuum.

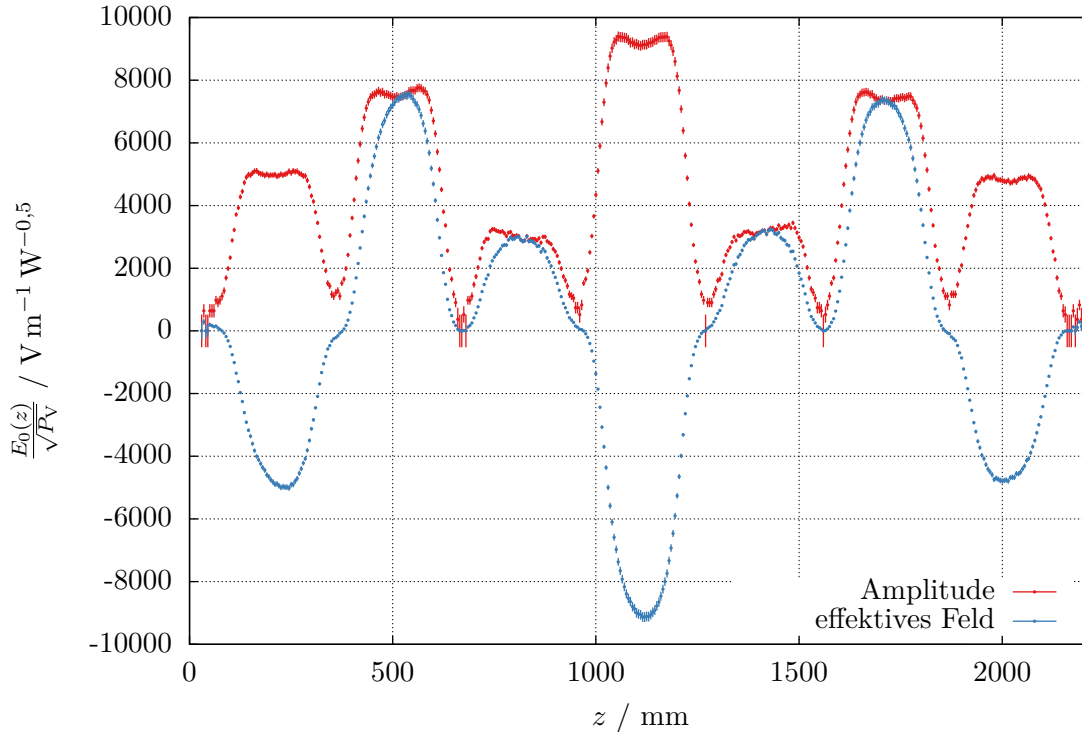


Abbildung B.7: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{010} - $\frac{1}{3}\pi$ -Mode von PETRA-IV bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 505,43$ MHz im Vakuum.

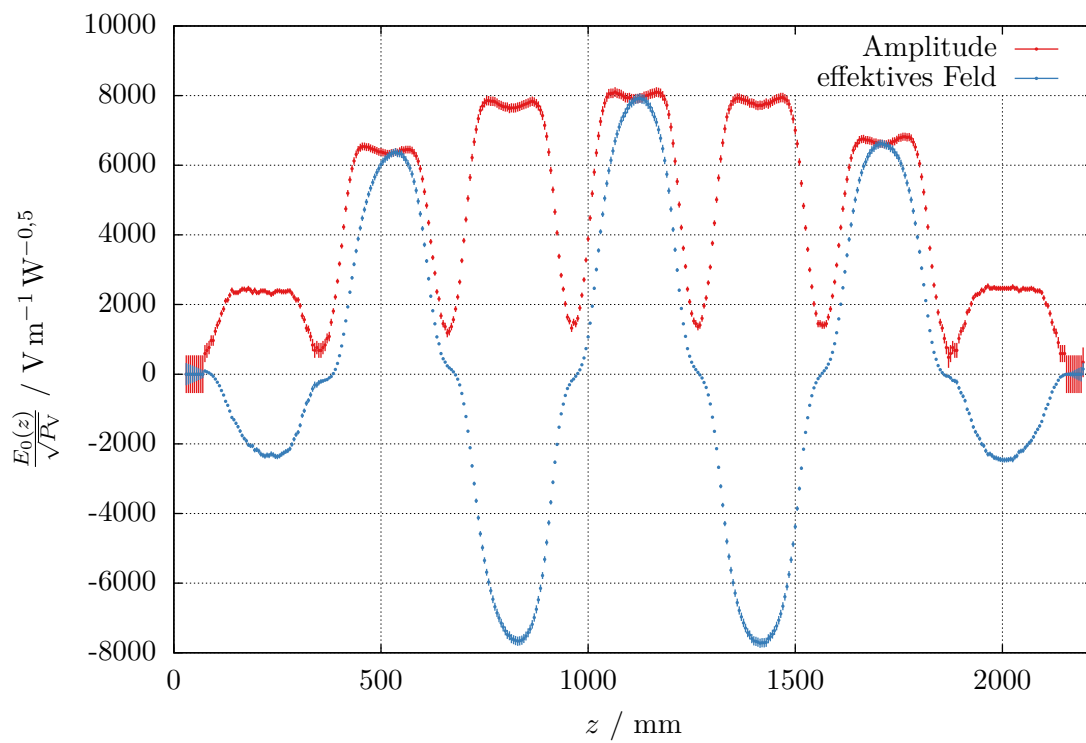


Abbildung B.8: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{010} -0-Mode von PETRA-IV bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 508,61 \text{ MHz}$ im Vakuum.

B.2 Elektrische Feldverteilung von Resonatormoden höherer Ordnung

Im Folgenden werden die Feldverteilungen der vermessenen Moden höherer Ordnung des Resonators PETRA-III zusammengetragen. In allen Fällen ist die Position z relativ zum Vakuumflansch des Resonators und die elektrischen Felder normiert auf die Wurzel der Verlustleistung P_V angegeben.

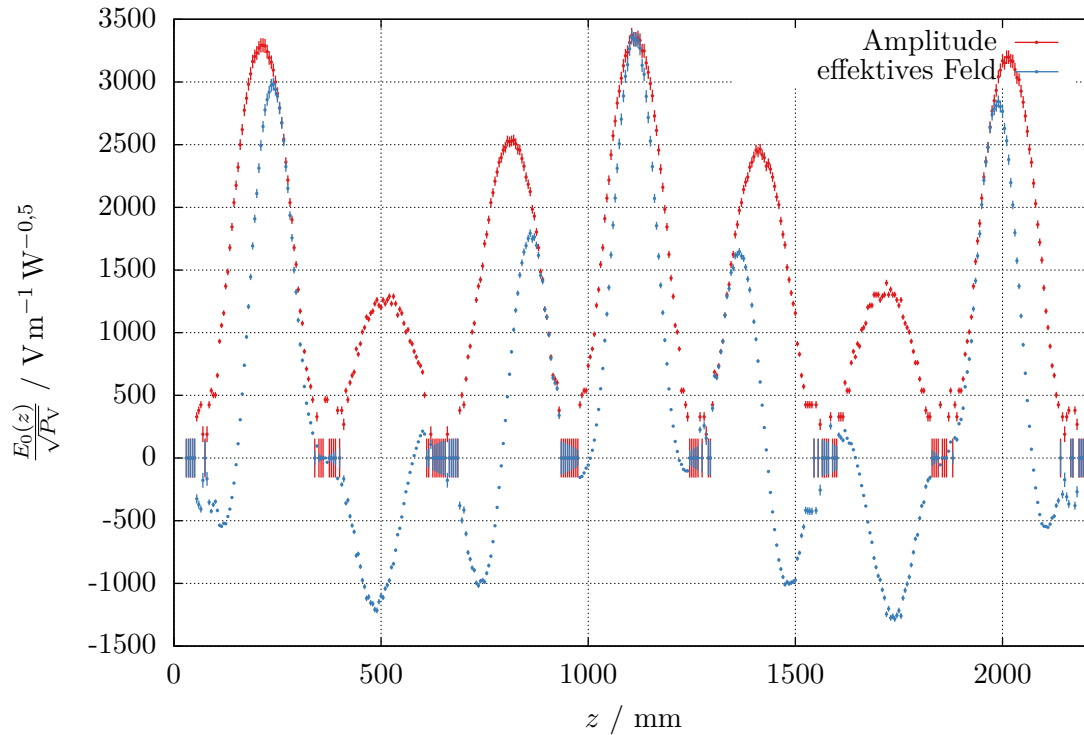


Abbildung B.9: Verteilung des transversalen elektrischen Feldes der TE_{111} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 702,70$ MHz im Vakuum.

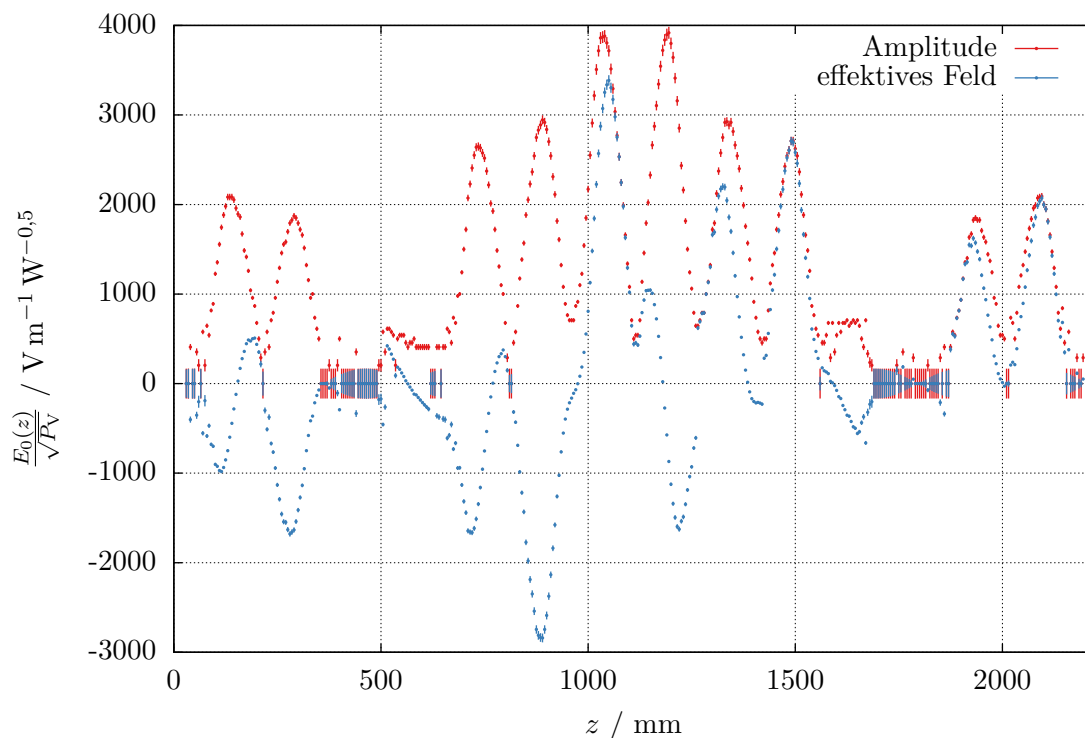


Abbildung B.10: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{011} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 730,45$ MHz im Vakuum.

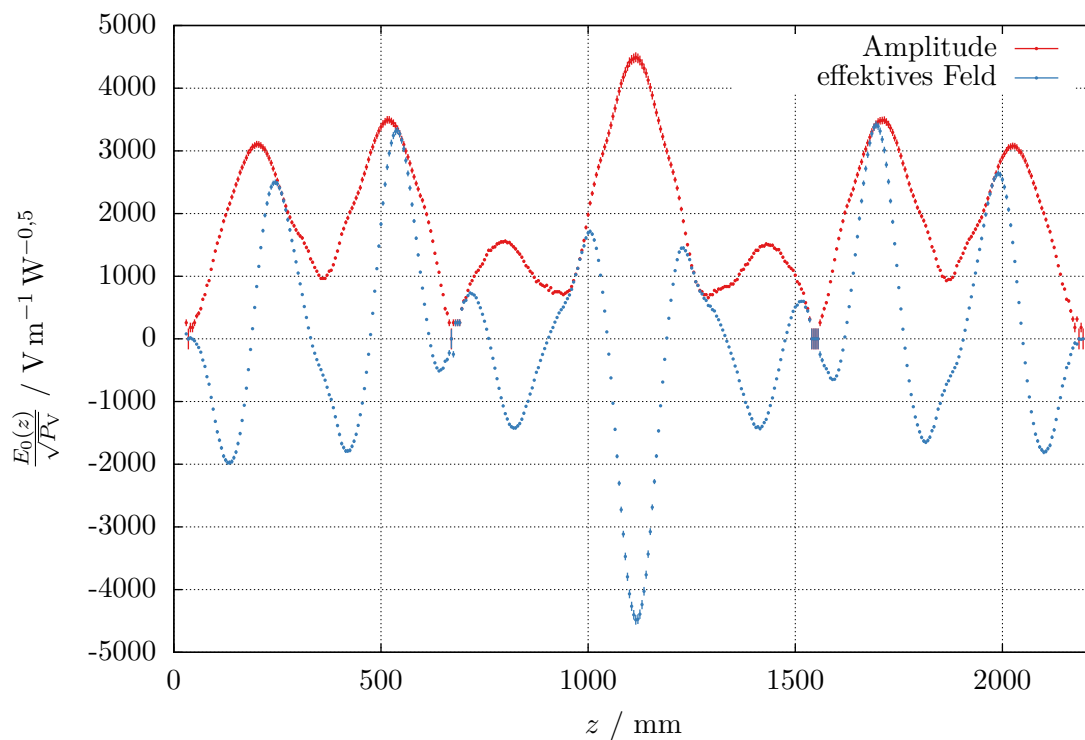


Abbildung B.11: Verteilung des transversalen elektrischen Feldes der TM_{111} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 1047,23$ MHz im Vakuum.

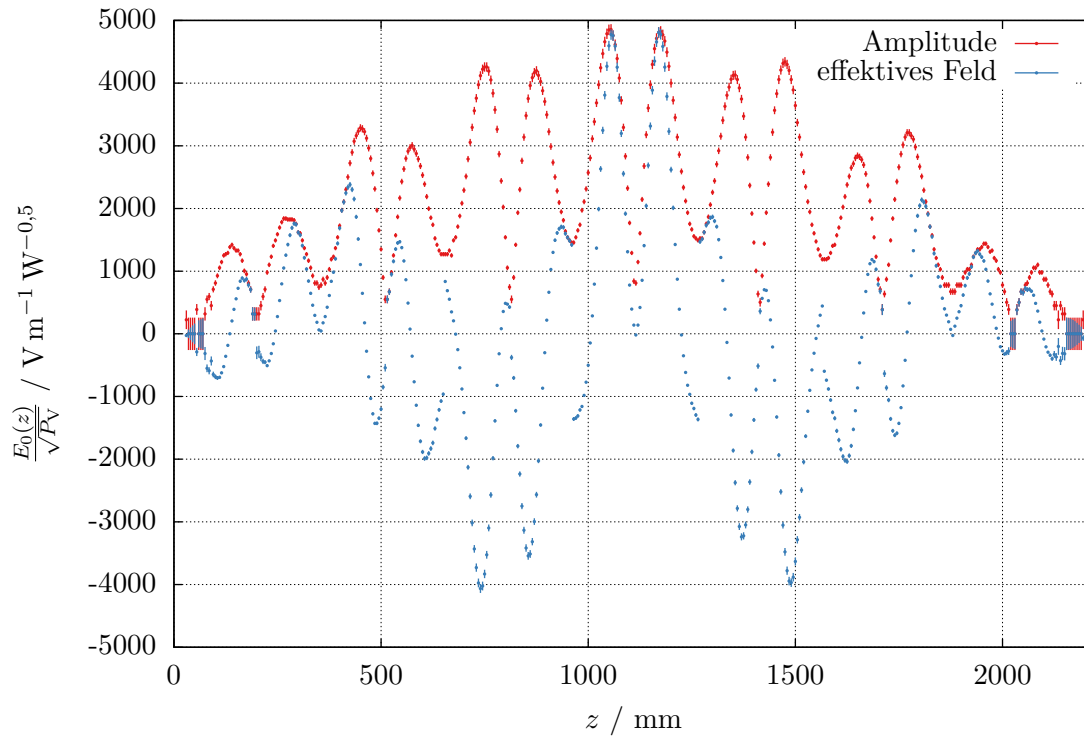


Abbildung B.12: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM-Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 1375,79$ MHz im Vakuum.

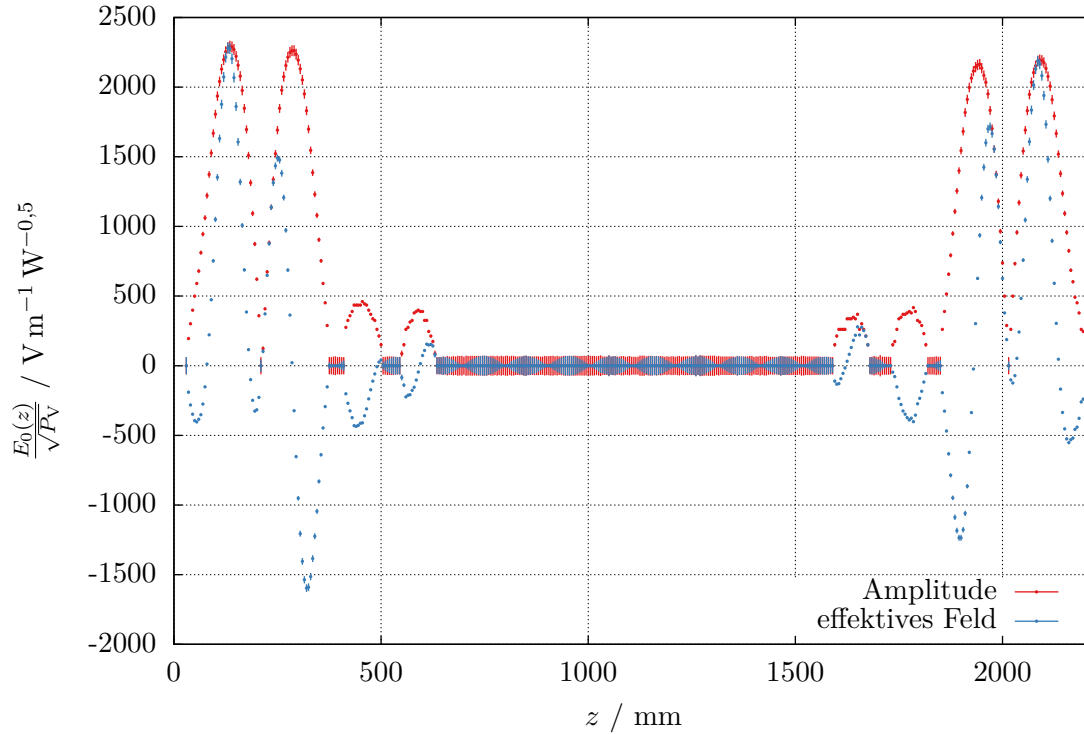


Abbildung B.13: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{021} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 1458,30$ MHz im Vakuum.

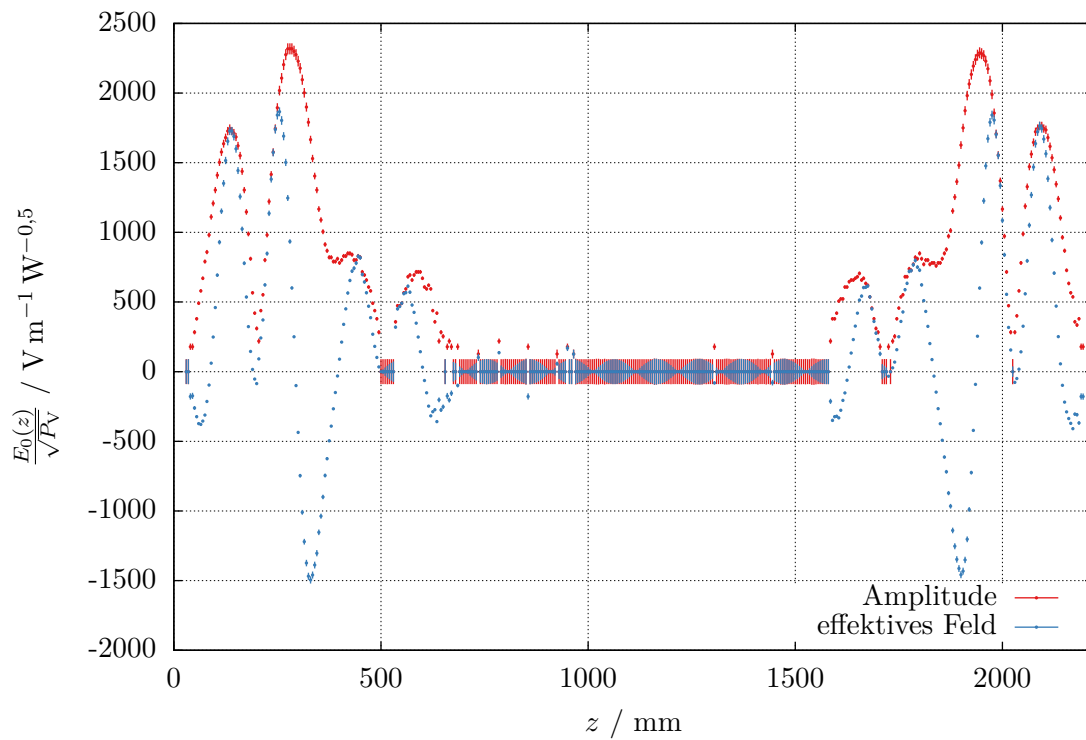


Abbildung B.14: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{021} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 1460,34$ MHz im Vakuum.

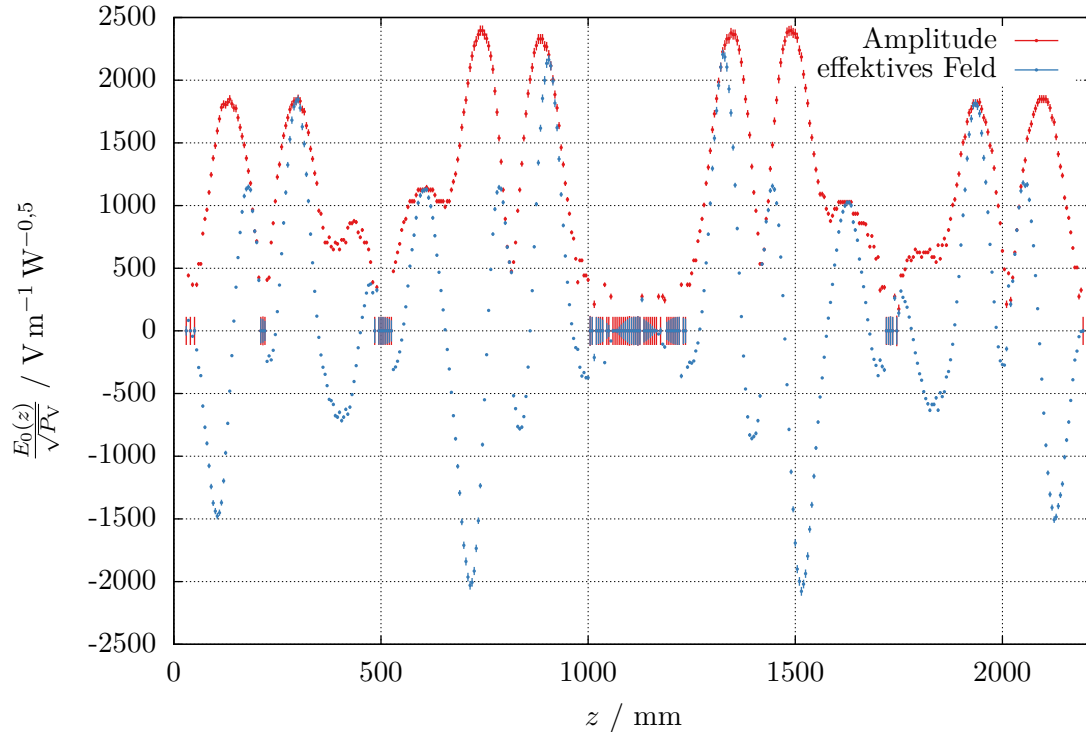


Abbildung B.15: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{021} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 1464,96$ MHz im Vakuum.

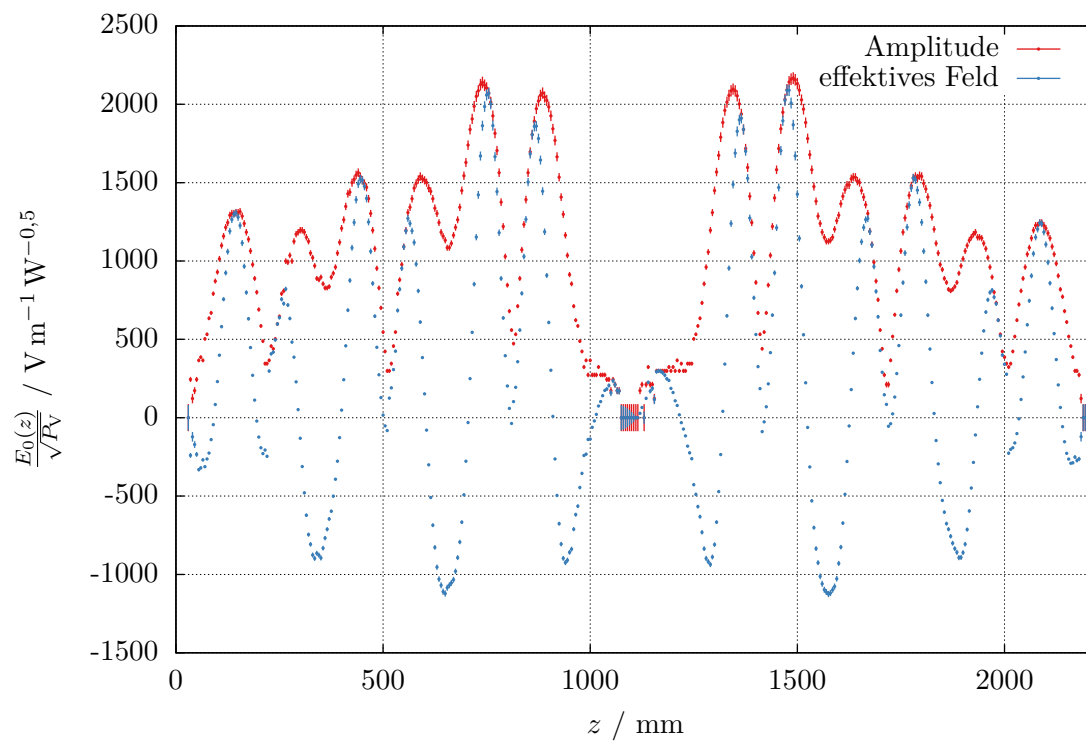


Abbildung B.16: Verteilung des longitudinalen elektrischen Feldes der TM_{021} -Mode bei einer Resonanzfrequenz von $\nu_0 = 1\,465,83$ MHz im Vakuum.

Literatur

- [1] M. Schedler u. a., *A New RF Station for the ELSA Stretcher Ring*, IPAC'15 Conf. Proc., 2015.
- [2] W. Hillert, *E 106: Cavities, Details on the experimental method*, Bonn, 2008.
- [3] T. P. Wangler, *Principles of RF Linear Accelerators*, New York: Wiley, 1998.
- [4] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, 1. Aufl., Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 1992.
- [5] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4. Aufl., New York: Wiley, 2011.
- [6] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 1. Aufl., New York: Wiley, 1962.
- [7] DESY-MHFe, *Data Sheet 500MHz 7-Cell Cavity*, Version: 3.2,
URL: http://mhf-e.desy.de/sites2009/site_mhf-e/content/e5/e63/e66/infoboxContent68/DatenblattVers.3.2,500MHz,7-cellCavityPETRA-Type.pdf (besucht am 23.07.2015).
- [8] DESY-MHFe, *Data Sheet Cavity Input Coupler*, Version: 1.3,
URL: http://mhf-e.desy.de/sites2009/site_mhf-e/content/e5/e63/e66/infoboxContent1452/Data_Sheet,Vers.1.3,Cavity_Input_Coupler.pdf (besucht am 23.07.2015).
- [9] DESY-MHFe, *Data Sheet Cavity Tuning Plunger*, Version: 3.0,
URL: http://mhf-e.desy.de/sites2009/site_mhf-e/content/e5/e63/e66/infoboxContent67/Data_Sheet,Vers.3.0,Cavity_Tuning_Plunger_PETRA-Type.pdf (besucht am 23.07.2015).
- [10] P. T. Keyser und S. R. Jefferts,
Magnetic susceptibility of some materials used for apparatus construction (at 295 K),
Review of Scientific Instruments **60.8** (1989) 2711–2714.
- [11] D. R. Lide, Hrsg., *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 90. Aufl., Florida: CRC Press, 2010.
- [12] *MDrive Plus: Product Datasheet*, Schneider Electric Motion USA,
URL: <http://motion.schneider-electric.com/downloads/datasheets/MDI23Plus.pdf> (besucht am 26.07.2015).
- [13] *Step Motor Basics: Accuracy and Resolution*, Geckodrive Motor Controls,
URL: <http://www.geckodrive.com/support/step-motor-basics/accuracy-and-resolution.html> (besucht am 27.07.2015).
- [14] M. Schedler, *stoerkoerper*, Software (unveröffentlicht).
- [15] T. Pusch, *Lagemessung des extrahierten Strahls am Elektronenbeschleuniger ELSA mittels Hochfrequenzresonatoren*, Diplomarbeit, 2005.
- [16] DESY-MHFe, *Data Sheet 500MHz 5-Cell Cavity*, Version: 2.1,
URL: http://mhf-e.desy.de/sites2009/site_mhf-e/content/e5/e63/e66/infoboxContent69/Datenblatt_Vers.2.1,500MHz,5-cell_Cavity_PETRA-Type.pdf (besucht am 17.08.2015).
- [17] M. Schedler, *Persönliche Mitteilung*, Bonn, 2015.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Parallelschwingkreis als Modell für die elektrischen Eigenschaften eines Hohlraumresonators in der Nähe einer Resonanz	4
2.2	Modell der induktiven Kopplung eines Hochfrequenzsignals über die Koppelschleife an den Resonator	5
2.3	Verhalten des Reflexionskoeffizienten $ \rho $ für Resonanzen verschiedener Güten Q_0 und Koppelfaktoren κ	7
3.1	Schematische Darstellung eines siebenzelligen PETRA-Resonators	11
3.2	Schematischer Aufbau des Störkörpermessstandes	14
4.1	Anpassung der Resonanzkurve an das Reflexionsspektrum der TM_{010} π -Mode von PETRA-III	18
4.2	Elektrische Feldverteilung der TM_{010} - π -Beschleunigungsmode von PETRA-III . . .	20
4.3	Simulation der TM_{111} -Eigenmode des PETRA-Resonators durch CST-MWS	23
A.1	Reflexionsspektrum der TM_{010} -Moden von PETRA-III	29
A.2	Phasenbeziehung in einer siebenzelligen Resonator-kette	30
B.1	Feldverteilung der TM_{010} - π -Mode von PETRA-III	31
B.2	Feldverteilung der TM_{010} - $\frac{2}{3}\pi$ -Mode von PETRA-III	32
B.3	Feldverteilung der TM_{010} - $\frac{1}{3}\pi$ -Mode von PETRA-III	32
B.4	Feldverteilung der TM_{010} -0-Mode von PETRA-III	33
B.5	Feldverteilung der TM_{010} - π -Mode von PETRA-IV	34
B.6	Feldverteilung der TM_{010} - $\frac{2}{3}\pi$ -Mode von PETRA-IV	35
B.7	Feldverteilung der TM_{010} - $\frac{1}{3}\pi$ -Mode von PETRA-IV	35
B.8	Feldverteilung der TM_{010} -0-Mode von PETRA-IV	36
B.9	Feldverteilung der TE_{111} -Mode $\nu_0 = 702,70$ MHz	37
B.10	Feldverteilung der TM_{011} -Mode $\nu_0 = 730,45$ MHz	38
B.11	Feldverteilung der TM_{111} -Mode $\nu_0 = 1\,047,23$ MHz	38
B.12	Feldverteilung der TM -Mode $\nu_0 = 1\,375,79$ MHz	39
B.13	Feldverteilung der TM_{021} -Mode $\nu_0 = 1\,458,30$ MHz	39
B.14	Feldverteilung der TM_{021} -Mode $\nu_0 = 1\,460,34$ MHz	40
B.15	Feldverteilung der TM_{021} -Mode $\nu_0 = 1\,464,96$ MHz	40
B.16	Feldverteilung der TM_{021} -Mode $\nu_0 = 1\,465,83$ MHz	41

Tabellenverzeichnis

4.1	Longitudinale Shuntimpedanzen der TM_{010} -Moden von PETRA-III und PETRA-IV	21
4.2	Longitudinale/Transversale Shuntimpedanzen der Moden höherer Ordnung von PETRA-III	24

Danksagung

Diese Arbeit wurde erst durch die tatkräftige Unterstützung vieler Personen möglich. Daher richtet sich mein Dank an:

- Herrn Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Hillert für das Überlassen dieses interessanten Arbeitsthemas und der Möglichkeit des selbstständigen Arbeitens.
- Herrn Prof. Dr. Klaus Desch für die bereitwillige Übernahme des Koreferats.
- Jens Derksen für seine guten Ideen und eine angenehme Büroatmosphäre.
- Dennis Sauerland und Manuel Schedler für die tatkräftige Unterstützung und Betreuung dieser Arbeit.
- Herrn Philipp Hänisch und Herrn Michael Brock, die trotz zahlreicher Verpflichtungen stets Zeit gefunden haben, um mir bei technischen Problemen zu helfen.
- Nikolas Heurich und Dennis Proft für das Korrekturlesen dieser Arbeit.
- Die restliche Arbeitsgruppe von ELSA für das angenehme Arbeitsklima und ständige Hilfsbereitschaft bei allen aufgetretenen Fragen.
- Meiner Familie und allen, die mich auf meinem Weg unterstützt haben.

Abschließend richtet sich mein herzlicher Dank auch an alle Personen, die nicht erwähnt wurden.